L.KAYRIDINE JANOURA	SIMILITUDES	
MR : AMMAR BOUAJILA		
GSM :92 741 567	$4^{éme}$ MATHS	SERIE N°3

EXERCICE 1

Dans le plan orienté on considère le carré direct **AKJI** de centre **O** et on désigne par **C** et **B** les symétrique de **A** respectivement par rapport à **I** et **K**.

1°/ faire la figure.

2°/ On pose $f=h_{(A,2)} o t_{\overrightarrow{IA}}$

Déterminer **f(C)** puis caractériser **f.**

3°/ Soit **g** la similitude indirecte qui transforme **A** en **I** et **B** en **J**.

a) Déterminer les images par **g** des droites : **(KJ)** et **(BJ).**

b) En déduire que **g(J)=O**.

4°/a) Montrer que **g** admet un centre qu'on notera **Ω**.

b) Montrer que **Ω** est le barycentre des points pondérés : **(O,4)** et **(B,-1)** puis construire **Ω**.

5°/ On désigne par **Δ** la médiatrice de **[AI]**, on pose $\Psi = h_{(A,-2)} o s_{\Delta}$

a) Montrer que $\Psi = f o s_{(AI)}$

b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de Ψ .

EXERCICE 2

Dans le plan orienté, on considère un triangle direct **ABC** isocèle et rectangle en **A**

On désigne par **I, J, K** et **L** les milieux respectifs des segments **[AB], [BC], [AC]** et **[JC].**

1°/ Faire une figure.

2°/ Soit **f** la similitude directe de centre **J**, qui envoie **A** sur **K**.

a) Déterminer l'angle et le rapport de **f.**

b) Justifier que **f(K) = L** .

c) Soit **H** le milieu du segment **[A J].** Justifier que **f(I) = H** .

3°/ On munit le plan du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

Soit **φ** l'application du plan dans lui-même qui à tout point **M** d'affixe **Z** associe le point **M'** d'affixe **Z'** tel que $Z' = -\frac{1+i}{2}\overline{Z} + \frac{1+i}{2}$

a) Montrer que **φ** est une similitude indirecte de centre C**.**

b) Donner les affixes des points **I, K, J** et **H** .

c) Déterminer **φ (I) et φ (J).**

d) Déduire alors que **φ =f o $S_{(IK)}$**

EXERCICE 3

Soit (ζ) un cercle de centre **I** et passant par **A**. On considère le point **B** tel que **IA=IB** et $(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$;**O** le milieu du segment **[AB]** .La demi droite **[OI)** coupe le cercle (ζ) en un point **D**.

1°/ Soit **S** la similitude directe de centre **A** et qui envoi **I** en **O**.

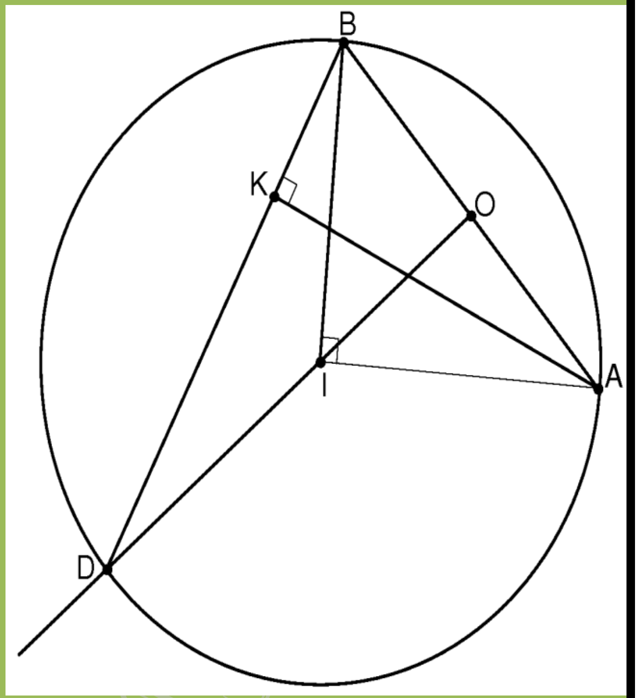
Déterminer le rapport et l'angle de **S**.

2°/ Soit **K** le projeté orthogonal de **A** sur **(BD).**

a) Montrer que le triangle **ADK** est isocèle et rectangle en **K**.

b) En déduire que **S(D)=K**.

c) Soit **J** le milieu de **[AD];** montrer que **I** ; **J** et **K** sont alignés.



3°/ Soit σ la similitude indirecte qui envoi **J** en **K** et **K** en **A**.

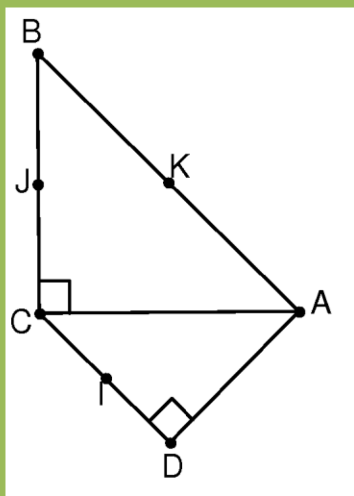
a) Déterminer le rapport de σ

b) Soit Ω le centre de σ Caractériser $\sigma o \sigma$ déterminer $\sigma o \sigma$(**J**)et en déduire que Ω **=D**.

c) Déterminer l'axe de σ et montrer que σ**(I)= H** où **H** est l'orthocentre de **ABD.**

EXERCICE 4

On donne deux triangles **ABC et ACD** rectangles et isocèles tels que $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ On désigne par **I=D∗Cet J=C∗B et K=A∗B.**



1°/ Soit **f** la similitude directe de centre **A** qui transforme **D en C.**

a) Déterminer le rapport et l'angle de **f.**

b) Montrer que **f(C) = B et f(I) = J**.

2°/ Soit **g** la similitude directe telle que **g(C) = B et g(B) = A**.

a) Déterminer le rapport et l'angle de **g.**

b) Désignons par **Ω** le centre de **g**.

Déterminer **g o g(C);** caractériser **g o g** et en déduire que (**ΩA)et(ΩC)** sont perpendiculaire

c) Déterminer **g(J)** puis montrer que $(\widehat{\overrightarrow{\Omega C},\overrightarrow{\Omega J}}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

3°/ Désignons par **Ω′** le point d'intersection de (**ΩC)** et la perpendiculaire de **(AI)_** en **A**.

a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{A\Omega},\overrightarrow{A\Omega'}}) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$

b) Prouver que **f(Ω)= Ω′**