……………………………………Exercice 1(5points)……………………………………

Dans la feuille annexe ((Figure1) page3) on a représenté la courbe (ζ_f) d'une fonction *f.*

$\Delta' : x = 1$; Δ :$y= x+1$ et Δ'' : $y = 0$ sont des asymptotes à (ζ_f) respectivement à droite et à gauche en 1 ; au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$.

La tangente à (ζ_f) au point A(-8 ;1) passe par le point de coordonnées (0 ;2).

Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1).a).Déterminer D_f (l'ensemble de définition de *f*) et les limites de *f* aux bornes de D_f.

b).Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x$.

2).a).Déterminer $f'(-8)$; $f'_g(-4)$; $f'_d(-4)$; $f'_d(0)$ et $f'(2)$.

b). Déterminer $\lim\limits_{x\to0^-} \frac{f(x)}{x}$.

c).Donner une approximation affine de *f* (-8,0001) et *f* (-7,999).

3). Dresser le tableau de variation de *f.*

……………………………………Exercice 2(5points)……………………………………

Soit *f* la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x+4}{x-1} & si\ x < -1 \\ \sqrt{x^2+3} - x - 6 & si\ x \geq -1 \end{cases}$

et (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ;$\vec{i}$;$\vec{j}$) .

1). Vérifier que f est bien définie sur IR.

2).a).Calculer $\lim\limits_{-1^-} f$ *et* $\lim\limits_{-1^+} f$

b).En déduire que *f* est continue en (-1).

3).a).Montrer que $\lim\limits_{+\infty} f$ =-6.Interpréter ce résultat graphiquement.

b).Trouver trois réels *a* ; *b* et *c* tel que *f*(*x*)= *a x*+ *b*+$\frac{c}{x+1}$ $(\forall x < -1)$

c).En déduire une équation de l'asymptote oblique à (ζ_f) au voisinage de $-\infty$.

4).a).Etudier la dérivabilité de *f* à gauche et à droite en (-1).

b). Interpréter ce résultat graphiquement.

5).a). Calculer $f'(x)$ $(\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\})$.

b).Dresser le tableau de variation de *f* sur $\mathbb{R}$.

……………………………………Exercice 3(5points)……………………………………………

Soit $A(x)=2\cos(2x)-1$ et $B(x)=1+\cos(2x)-\sqrt{3}\sin(2x)$

1).a).Calculer $A(\frac{\pi}{12})$ et $B(\frac{\pi}{12})$

b).Montrer que $B(x+\pi)-A(x+\frac{\pi}{6})=2$ $(\forall x\in\mathbb{R})$

2).a).Montrer que $B(x)=1+2\cos(2x+\frac{\pi}{3})$ $(\forall x\in\mathbb{R})$

b).Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi;\pi]$ l'équation :$B(x)=0$.

3).Soit $h(x)=\frac{A(x)}{B(x)}$

a).Déterminer l'ensemble de définition de h .

b).Montrer que $h(x)=\frac{1+\sqrt{3}\tan(x)}{2}$ $(\forall x\in D_h)$.

c).En déduire que $\tan(\frac{\pi}{12})=2-\sqrt{3}$ puis calculer $\cos(\frac{\pi}{12})$.

……………………………………Exercice 4(5points)……………………………………………

Le plan est orienté dans le sens direct .

Dans la feuille annexe ((Figure2) p3) On a tracé un triangle isocèle ABC de sommet principal A tel que $(\widehat{\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}})\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$ et (ζ) le cercle circonscrit à ABC.

1).Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

2).Soit M un point de l'arc orienté $\overset{\frown}{BC}$, distinct de B et C. Soient I ; H et K les projetés Orthogonaux de M respectivement sur (AB) ;(BC) et (AC).

a).Montrer que les points H ;K ;C et M appartiennent à un même cercle (ζ') que l'on précisera .Tracer (ζ').

b).Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{KH};\overrightarrow{KM}})\equiv(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}})[2\pi]$

3).a). Montrer que les points K ;I ;A et M appartiennent à un même cercle (ζ'') que l'on précisera tracer (ζ'').

b).Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{KM};\overrightarrow{KI}})\equiv(\widehat{\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB}})[2\pi]$.

c).En déduire que les points I ;H et K sont alignés.

4).Soit (Γ) :$\{N\in\mathcal{P}\ /\ (\widehat{\overrightarrow{NB};\overrightarrow{NC}})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]\}$ et D le symétrique de C par rapport à A.

a).Montrer que $D\in(\Gamma)$

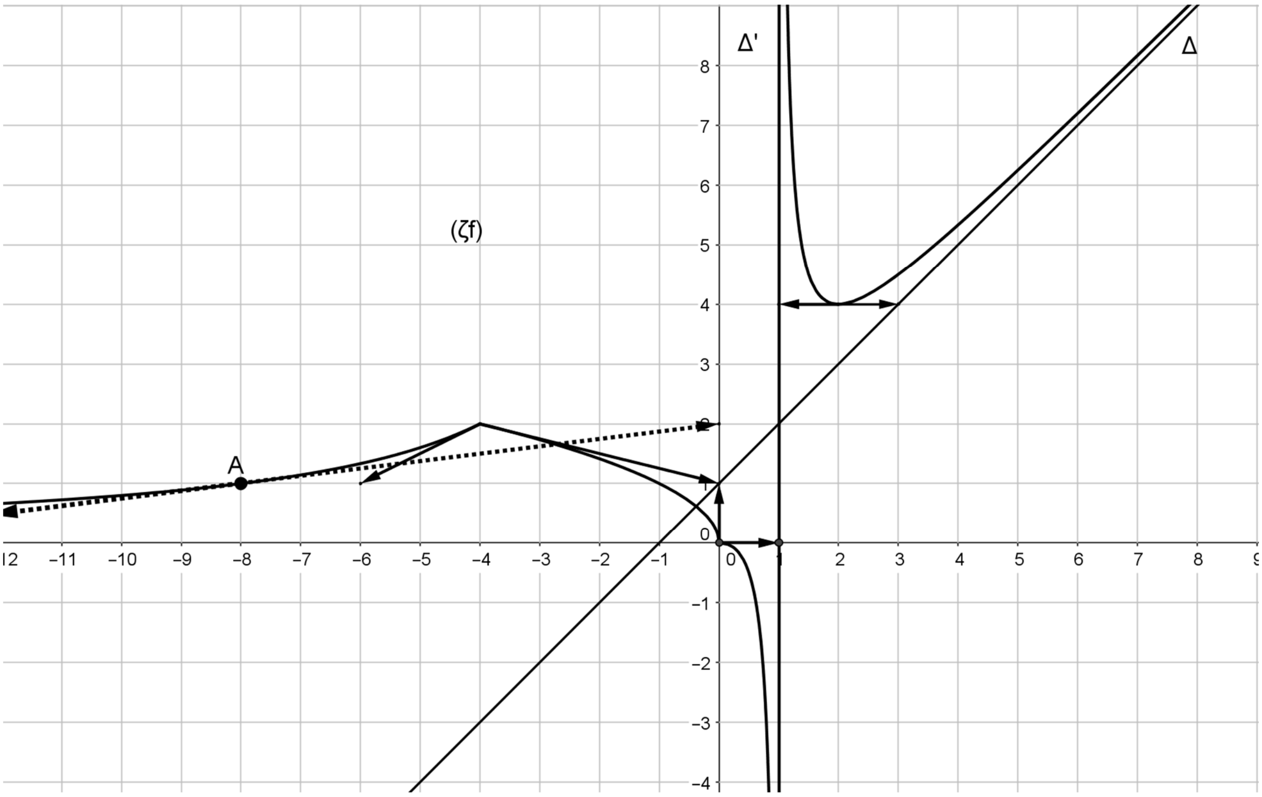
b).Déterminer puis construire(Γ) .

Bon travail

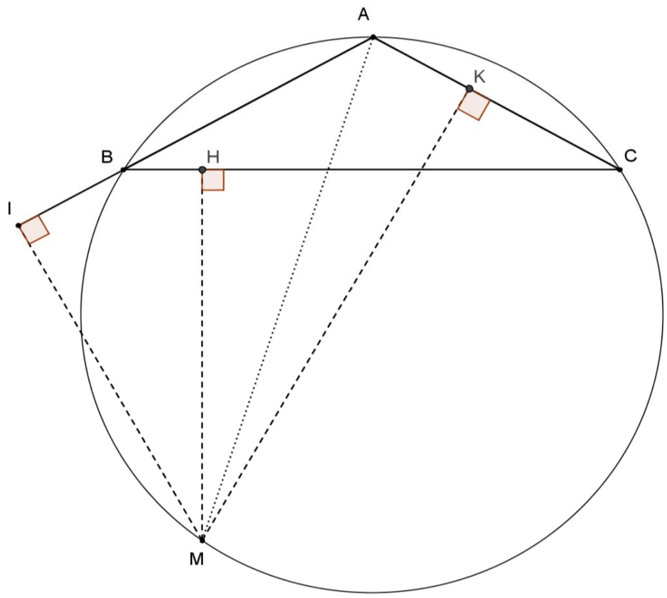
<u>Annexe à rendre</u>

Nom :…………………Prénom :………………...Classe :……………….

<u>Figure 1</u>



<u>Figure 2</u>



Lycée **Thélepte** Décembre **2015**	Correction du devoir de **synthèse** n°1	Niveau : **3éme Maths** Prof :**Mhamdi Abderrazek**

@@@ **Mathématiques** @@@

Exercice 1……………………………………………………………………………

1). **a)**.Déterminer $D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{1^-} f=-\infty$ et $\lim\limits_{1^+} f=+\infty$.

b). $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=1$.

2).a). $f'(-8)=\frac{2-1}{0-(-8)}=\frac{1}{8}$; $f'_g(-4)=\frac{1-2}{-6-(-4)}=\frac{1}{2}$; $f'_d(-4)\ \frac{1-2}{0-(-4)}=\frac{-1}{4}$; $f'_d(0)=0$ et $f'(2)=0$.

b). $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{f(x)-0}{x-0}=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=-\infty$

(car (ζ_f)admet à gauche en 0 une demi-tangente verticale dirigée vers le haut)

c). $f(-8,0001)=f(-8+(-0,0001))\approx-0,0001\ f'(-8)+f(-8)\approx0,9999875$.

$f(-7,999)=f(-8+0,001)\approx0,001.\ f'(-8)+f(-8)\approx1,000125$.

3).

x	$-\infty$		-4		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Exercice 2..

1).La fonction $x\longmapsto \frac{x^2-x+4}{x-1}$ est définie sur IR\{1} (fonction rationnelle) en particulier sur]-∞; -1 [

.La fonction $x\longmapsto \sqrt{x^2+3}-x-6$ est définie sur IR (la fonction $x\longmapsto x^2+3$ est définie et positive sur IR et la fonction $x\longmapsto -x-4$ est définie sur IR(polynôme))en particulier sur [-1 ;+∞ [

Donc f est bien définie sur]-∞; -1 [∪[-1;+∞ [=IR.

2).a). $\lim\limits_{-1^-} f = \lim\limits_{-1^-} \frac{x^2-x+4}{x-1} = \frac{(-1)^2-(-1)+4}{-1-1} = \mathbf{-3}$.

$\lim\limits_{-1^+} f = \lim\limits_{-1^+} \sqrt{x^2+3}-x-6 = \sqrt{(-1)^2+3}-(-1)-6 = \mathbf{-3.}$

b).On a $f(-1)= \sqrt{(-1)^2+3}-(-1)-6 = \mathbf{-3} = \lim\limits_{-1^-} f = \lim\limits_{-1^+} f$ signifie f est continue en (-1).

3).a). $\lim\limits_{+\infty} f = \lim\limits_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+3}-x-6) = \lim\limits_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+3}-(x+6))$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\sqrt{x^2+3}-(x+6))(\sqrt{x^2+3}+(x+6))}{(\sqrt{x^2+3}+(x+6))} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}^2-(x+6)^2}{(\sqrt{x^2+3}+(x+6))} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(x^2+3)-(x^2+12x+36)}{(\sqrt{x^2+3}+(x+6))} =$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-12x-33}{(\sqrt{x^2(1+\frac{3}{x^2})}+(x+6))} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x(-12-\frac{33}{x})}{x(\sqrt{(1+\frac{3}{x^2})}+(1+\frac{6}{x}))} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-12-\frac{33}{x}}{\sqrt{(1+\frac{3}{x^2})}+(1+\frac{6}{x})} = \frac{-12}{2} = \mathbf{-6.}$

<u>Interprétation graphique :</u>La droite d'équation :**y=-6** est une asymptote à la courbe (ζ_f) au voisinage de +∞.

b).$a\,x+b+\frac{c}{x-1} = \frac{(a\,x+b)(x-1)+c}{x-1} = f(x) = \frac{x^2-x+4}{x-1}$ signifie $(a\,x+b)(x-1)+c = x^2-x+4$

signifie ax² +(b-a)x-b+c=x^2-x+4 signifie $\begin{cases} a=1 \\ b-a=-1 \\ -b+c=4 \end{cases}$ signifie $\begin{cases} a=1 \\ b=-1+a=0 \\ c=4+b=4 \end{cases}$

d'où $f(x)= x+\frac{4}{x-1}$ $(\forall x < -1)$

c). On a $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4}{x-1} = 0$ signifie la droite d'équation :$y=x$ est asymptote oblique à (ζ_f) au voisinage de $-\infty$.

4).a).<u>**Dérivabilité de *f* à gauche en (-1)**</u> :

. $\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}=\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{\frac{x^2-x+4}{x-1}-(-3)}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{\frac{x^2-x+4+3(x-1)}{x-1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{x^2-x+4+3x-3}{(x+1)(x-1)}$

$=\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{x^2+2x+1}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{(x+1)}{(x-1)}=0.$

Signifie *f* est dérivable à gauche en (-1) et on a $\boldsymbol{f'_g}$**(-1)= 0.**

. <u>**Dérivabilité de *f* à droite en (-1)**</u> :

. $\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{\sqrt{x^2+3}-x-6-(-3)}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{\sqrt{x^2+3}-x-3}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{\sqrt{x^2+3}-(x+3)}{x+1}$

$=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{(\sqrt{x^2+3}-(x+3))(\sqrt{x^2+3}+(x+3))}{(x+1)(\sqrt{x^2+3}+(x+3))}=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{\sqrt{x^2+3}^2-(x+3)^2}{(x+1)(\sqrt{x^2+3}+(x+3))}=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{x^2+3-x^2-6x-9}{(x+1)(\sqrt{x^2+3}+(x+3))}$

$=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{-6x-6}{(x+1)(\sqrt{x^2+3}+(x+3))}=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{-6(x+1)}{(x+1)(\sqrt{x^2+3}+(x+3))}=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{-6}{\sqrt{x^2+3}+(x+3)}=\frac{-6}{2+2}=\frac{-3}{2}$

Signifie *f* est dérivable à droite en (-1) et on a $\boldsymbol{f'_d}$**(-1)=** $\boldsymbol{\frac{-3}{2}}$**.**

b). La courbe (ζ_f) admet au point d'abscisse (-1) deux demi-tangentes l'une à gauche de pente $f'_g(-1)=0$ et l'autre à droite de pente $f'_d(-1)=\frac{-3}{2}$.

5).a). Si $x<-1$ on a $f'(x)=(\frac{x^2-x+4}{x-1})'=\frac{(2x-1)(x-1)-(x^2-x+4)(1)}{(x-1)^2}=\frac{(2x^2-2x-x+1)-(x^2-x+4)}{(x-1)^2}$

$=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

Si $x>-1$ on a $f'(x)=(\sqrt{x^2+3}-x-6)'=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+3}}-1=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}-1.$

<u>**Conclusion**</u> : $f'(x)=\begin{cases}\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} & si\ x<-1\\ \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}-1 & si\ x>-1\end{cases}$

b). $si\ x<-1$ on a $f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$; $f'(x)=0$ signifie $x^2-2x-3=0$; $x'=-1$ et $x''=3$

donc

x	$-\infty$ $\quad\quad$ -1
x^2-2x-3	+

.Si $x>-1$ on a $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}-1=\frac{x-\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{(x-\sqrt{x^2+3})(x+\sqrt{x^2+3})}{\sqrt{x^2+3}(x+\sqrt{x^2+3})}=\frac{x^2-\sqrt{x^2+3}^2}{\sqrt{x^2+3}(x+\sqrt{x^2+3})}$

$\frac{x^2-x^2-3}{\sqrt{x^2+3}(x+\sqrt{x^2+3})}=\frac{-3}{\sqrt{x^2+3}(x+\sqrt{x^2+3})}<0$ (car $x>-1$ et $\sqrt{x^2+3}>\sqrt{3}$ donc $x+\sqrt{x^2+3}>0$)

Donc

x	-1 $\quad\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$

D’où le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	
f	$-\infty$	↗	-3	↘	-6

Exercice 3.

1).a). $A(\frac{\pi}{12})= 2\cos(2.\frac{\pi}{12})-1 =2\cos(\frac{\pi}{6})-1 =2.\frac{\sqrt{3}}{2} -1 = \mathbf{\sqrt{3}-1}$**.**

$B(\frac{\pi}{12})= 1+\cos(2.\frac{\pi}{12})-\sqrt{3}\sin(2.\frac{\pi}{12})= 1+\cos(\frac{\pi}{6})-\sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{6})= 1+\frac{\sqrt{3}}{2} -\sqrt{3}.\frac{1}{2}$ **=1.**

b). $B(x+\pi) - A(x+\frac{\pi}{6}) =(1+\cos(2(x+\pi))-\sqrt{3}\sin((2(x+\pi))-(2\cos(2(x+\frac{\pi}{6})-1)$

$=(1+\cos(2x+2\pi))-\sqrt{3}\sin((2x+2\pi))-(2\cos(2x+\frac{\pi}{3})-1)$

$= (1+\cos(2x)-\sqrt{3}\sin(2x)) -(2(\cos(2x).\cos(\frac{\pi}{3})-\sin(2x).\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)) -1)$

$=(1+\cos(2x)-\sqrt{3}\sin(2x)) -(2(\frac{1}{2}.\cos(2x) - \frac{\sqrt{3}}{2}.\sin(2x)) -1)$

$=1+\cos(2x)-\sqrt{3}\sin(2x)- \cos(2x)+\sqrt{3}\sin(2x)+1=\mathbf{2}$ $(\forall x \in \mathbb{R})$.

2).a). $1+2\cos(2x+\frac{\pi}{3})=1+2(\cos(2x).\cos(\frac{\pi}{3})-\sin(2x).\sin\left(\frac{\pi}{3}\right))=1+2(\frac{1}{2}.\cos(2x) - \frac{\sqrt{3}}{2}.\sin(2x))$

$=1+\cos(2x)-\sqrt{3}\sin(2x)= B(x)$ $(\forall x \in \mathbb{R})$.

b). $B(x) = 0$ signifie $1+2\cos(2x+\frac{\pi}{3})=0$ signifie $\cos(2x+\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{2}=\cos(\frac{2\pi}{3})$

signifie $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ ou $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{-2\pi}{3}+2k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$

signifie $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ ou $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$

d’où $S_{\mathbb{R}}=\{\frac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})\}\cup\{-\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})\}$

donc $S_{]-\pi;\pi]}=\{\frac{-5\pi}{6};\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\}$

3). a). $D_h=\{ x \in IR \, ; B(x) \neq 0\}= IR\backslash\{ \frac{\pi}{6} + k\pi ; -\frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \}$

b). $h(x)=\frac{A(x)}{B(x)} = \frac{2\cos(2x)-1}{1+\cos(2x)-\sqrt{3}\sin(2x)}$

$=\frac{2\left(\cos^2(x)-\sin^2(x)\right)+(\cos^2(x)+\sin^2(x))}{2\cos^2(x)-2\sqrt{3}\sin(x)\cos(x)}=\frac{3\cos^2(x)-sin^2(x))}{2\cos(x)(\cos(x)-\sqrt{3}\sin(x))}=\frac{(\cos(x)+\sqrt{3}\sin(x))(\cos(x)-\sqrt{3}\sin(x))}{2\cos(x)(\cos(x)-\sqrt{3}\sin(x))}$

$=\frac{\cos(x)+\sqrt{3}\sin(x)}{2\cos(x)}=\frac{\cos(x)(1+\sqrt{3}\frac{\sin(x)}{\cos(x)})}{2\cos(x)}=\frac{1+\sqrt{3}\tan(x)}{2}$ $(\forall x \in D_h)$.

c). $h(\frac{\pi}{12})=\frac{1+\sqrt{3}\tan(\frac{\pi}{12})}{2}=\frac{A(\frac{\pi}{12})}{B(\frac{\pi}{12})}=\frac{\sqrt{3}-1}{1}$ signifie $1+\sqrt{3}\tan(\frac{\pi}{12})=2(\sqrt{3}-1)$

$\tan(\frac{\pi}{12})=\frac{2(\sqrt{3}-1)-1}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}=\mathbf{2-\sqrt{3}}$.

.On a $\frac{1}{cos^2(x)}=1+\tan^2(x)$ signifie $\cos^2(x)=\frac{1}{1+tan^2(x)}$ donc $cos^2(\frac{\pi}{12})=\frac{1}{1+tan^2(\frac{\pi}{12})}$

$=\frac{1}{1+(2-\sqrt{3})^2}=\frac{1}{1+2^2-4\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}=\frac{1}{4(2-\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ donc $cos(\frac{\pi}{12})=\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

Ou $cos(\frac{\pi}{12})=-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}=-\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ or $\frac{\pi}{12}\in[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$ alors $cos(\frac{\pi}{12})\geq 0$ donc $\boldsymbol{cos(\frac{\pi}{12})=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}}$.

Exercice 4...

1). $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) \equiv (\pi - 2.\frac{\pi}{6}) \ [2\pi] \equiv \frac{2\pi}{3} \ [2\pi]$

2).a). On a $(\widehat{\overrightarrow{HM};\overrightarrow{HC}}) \equiv \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{KM};\overrightarrow{KC}}) \equiv \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$ alors $(\widehat{\overrightarrow{HM};\overrightarrow{HC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{KM};\overrightarrow{KC}}) \ [2\pi]$

Alors les points H ;K ;C et M appartiennent au cercle $\boldsymbol{(\zeta')}$ de diamètre [MC].

b). On a $(\widehat{\overrightarrow{KH};\overrightarrow{KM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CH};\overrightarrow{CM}}) \ [2\pi]$(car $\widehat{HKM}$ *et* $\widehat{HCM}$ sont deux angles inscrits dans le cercle $\boldsymbol{(\zeta')}$ qui interceptent le même arc $[\widehat{HM}]$)

.On a $(\widehat{\overrightarrow{CH};\overrightarrow{CM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CM}}) \ [2\pi]$(car B$\in [CH)$)

. On a $(\widehat{\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}}) \ [2\pi]$(car $\widehat{BCM}$ *et* $\widehat{BAM}$ sont deux angles inscrits dans Le cercle $\boldsymbol{(\zeta)}$ qui interceptent le même arc $[\widehat{BM}]$)

Et par suite on obtient $\boldsymbol{(\widehat{\overrightarrow{KH};\overrightarrow{KM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}}) \ [2\pi]}$

3).a). On a $(\widehat{\overrightarrow{KA};\overrightarrow{KM}}) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IM}}) \equiv -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

alors $(\widehat{\overrightarrow{KA};\overrightarrow{KM}}) \equiv ((\widehat{\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IM}})+\pi)[2\pi]$

Donc les points K ;I ;A et M appartiennent au même cercle $\boldsymbol{(\zeta'')}$ de diamètre [AM].

b). On a $(\widehat{\overrightarrow{KM};\overrightarrow{KI}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AI}})\ [2\pi]$(car $\widehat{MKI}$ *et* $\widehat{MAI}$ sont deux angles inscrits dans le cercle $\boldsymbol{(\zeta'')}$ qui interceptent le même arc $[\widehat{MI}]$)

et on a $(\widehat{\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AI}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB}})\ [2\pi]$(car B$\in [AI]$)

On obtient alors $\boldsymbol{(\widehat{\overrightarrow{KM};\overrightarrow{KI}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB}})\ [2\pi]}$**.**

c). On a $(\widehat{\overrightarrow{KM};\overrightarrow{KI}}) \equiv ((\widehat{\overrightarrow{KH};\overrightarrow{KM}})+(\widehat{\overrightarrow{KM};\overrightarrow{KI}}))[2\pi] \equiv ((\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}})+(\widehat{\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB}}))\ [2\pi]$

$\equiv (\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AB}})\ [2\pi]$ $\boldsymbol{\equiv 0[2\pi]}$ alors les vecteurs $\overrightarrow{KM}$ et $\overrightarrow{KI}$ sont colinéaires

Et par suite les points I ;H et K sont alignés.

4).a). On a le triangle BCD est rectangle en B (car on a A=C*D et AB= AC=AD)

et $(\widehat{\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$ alors $(\widehat{\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ alors D$\in$ $\boldsymbol{(\Gamma)}$.

b). $\boldsymbol{(\Gamma)}$ est l'arc $\overset{\frown}{CB}$\{B ;C} du cercle passant par les points C et B et tangent à [BT) tel que $(\widehat{\overrightarrow{BT};\overrightarrow{BC}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ or on a D$\in$ (Γ) donc (Γ) est l'arc $\overset{\frown}{CB}$\{B ;C} du cercle circonscrit au triangle BCD.