

**Exercice n°1 :**

On considère le graphe G de sommet A,B, C et D et dont la matrice associée est  $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- 1) G est –il un graphe orienté ? Justifier.
- 2) a) Compléter le tableau suivant :

	A	B	C	D
d <sup>+</sup>				
d <sup>-</sup>				

- b) G admet –il un cycle orienté Eulérien ?
- c) G admet –il une chaîne orienté eulérienne ? Justifier.
- d) Représenter le graphe G et donner un exemple d’une chaîne orientée eulérienne.

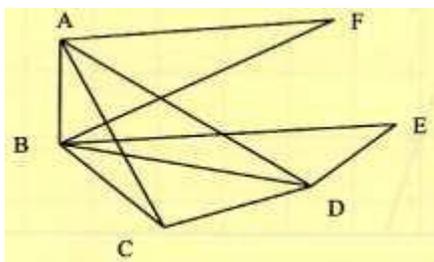
3) On donne  $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Déterminer le nombre de chaîne de longueur 2 reliant B à D.
- b) Déterminer le nombre de chaîne de longueur 3 reliant A à D.
- c) Existe-il une chaîne de longueur 3 reliant C à B ? Justifier.
- d) Déterminer la distance du sommet D au sommet B.
- e) Calculer la matrice  $M+I_4$ .

4) On donne  $(M + I_4)^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  et  $(M + I_4)^3 = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 & 6 \\ 7 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

Déterminer le diamètre de G. Justifier votre réponse.

**Exercice n°2 :**

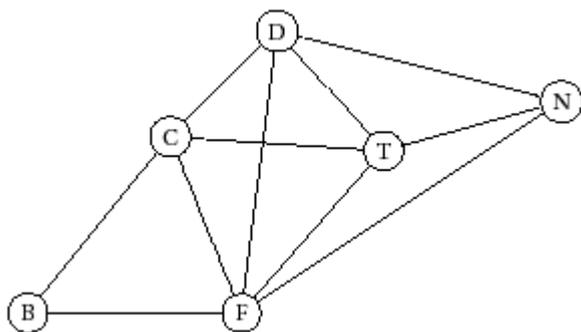


On considère le graphe (G) représenté ci-dessus.

- 1) Donner la matrice G associée à ce graphe.
- 2) Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier
- 3) Le graphe G admet –il un cycle eulérien ? Justifier votre réponse.

- 4) Le graphe  $G$  admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier votre réponse.
- 5) Donner et justifier un encadrement du nombre chromatique de ce graphe.

**Exercice n°3 :**

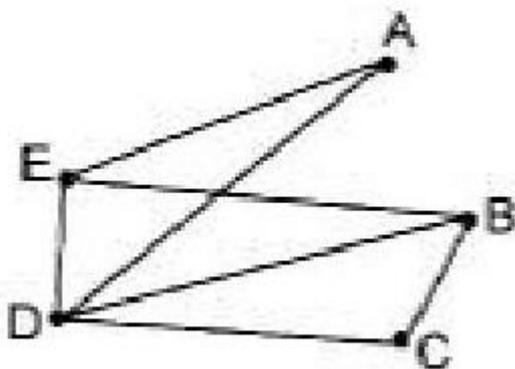


On considère le graphe ( $G$ ) représenté ci-dessus.

- 1) Justifier que le graphe est connexe.
- 2) Le graphe  $G$  admet-il un cycle eulérien ? Justifier votre réponse.
- 3) Le graphe  $G$  admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier votre réponse.
- 4) Donner et justifier un encadrement du nombre chromatique de ce graphe. Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.

**Exercice n°4 :**

Soit le graphe  $G$  représenté ci-dessous :



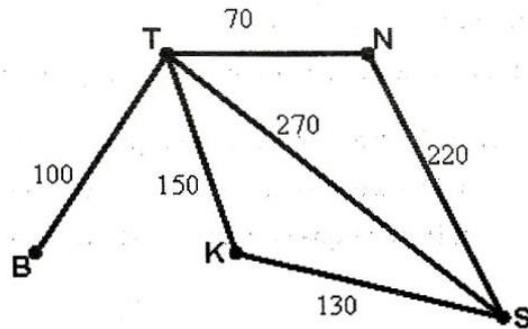
- 1) a) Donner le degré de sommet  $B$  du graphe  $G$ .  
b)  $G$  admet-il un cycle eulérien ? Justifier.
- 2) a) Prouver que  $G$  admet au moins une chaîne eulérienne.  
b) Donner un exemple de chaîne eulérienne.
- 3) Les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique. Donner la matrice  $M$  associée au graphe  $G$ .

### Exercice n°5

On considère le graphe pondéré ci-contre de sommets B, K, N, S et T.

1) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	B	K	N	S	T
Degré					



- b) Justifier que ce graphe admet au moins une chaîne eulérienne et donner un exemple.  
 2) Déterminer la matrice  $A$  associée à ce graphe, en respectant l'ordre B-K-N-S-T.

3) On admet que  $A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 6 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

- a) Combien de chaînes de longueur 3 reliant S à B ?  
 b) Combien de chaînes de longueur 3 reliant S à T ?  
 4) Une entreprise vient de s'installer en Tunisie dont la direction administrative à Tunis, l'atelier à Sfax et les points de distribution autres que les deux villes citées sont à Béja, à Kairouan et à Nabeul. On donne les distances approximatives en km de : Tunis à Nabeul (70), Tunis à Kairouan (150), Tunis à Béja (100), Tunis à Sfax (270), Sfax à Nabeul (220) et Sfax à Kairouan (130). Déterminer les chemins reliant Sfax à Béja passant exactement par deux autres villes.  
 5) Déterminer le chemin le plus court entre Sfax et Béja.

### Exercice n°6 :

On considère le graphe (G) suivant

- 1) Déterminer la matrice associée au graphe  $\Gamma$   
 2) Quelle est la nature du sous-graphe de  $\Gamma$  constitué des sommets A, E, F et G ?  
 Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique  $\chi(\Gamma)$  du graphe  $\Gamma$  ?  
 3) Quel est le sommet de plus haut degré de  $\Gamma$  ?  
 En déduire un encadrement de  $\chi(\Gamma)$ .  
 4) Après avoir classé l'ensemble des sommets de  $\Gamma$  par ordre de degré décroissant, colorier le graphe  $\Gamma$

