

EXERCICE N°1(04 pts)

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse** et donner une **justification** de la réponse choisie. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1/ Deux fonctions g et u sont données par leurs tableaux de variations.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
g		$+\infty$	3	$-\infty$
	-2			$-\infty$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
u		2	-1	2
	-5			

Alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(u(x)) = 3$

2/ le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

a/ Le point d'affixe $(-1+i)^{10}$ est situé sur l'axe des réels.

b/ Soit Δ l'ensemble des points $M(z)$ telle que $|z-i| = |z+2i|$ alors Δ est une droite parallèle à (xx') .

c/ Soit z est un nombre complexe non nul. Si $\frac{\pi}{2}$ est un argument de z alors $|i+z| = 1 + |z|$.

EXERCICE N°2(05 pts)

Les parties A et B sont **indépendantes**.

A/ $f(x) = \sin 2x - 3 \cos x$.

1/ Justifier le fait que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

2/ Montrer, en utilisant le théorème des accroissements finis (que l'on énoncera avec précision)

qu'il existe une constante $c \in \left] \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right[$ tel que $2 \cos 2c + 3 \sin c = \frac{9-3\sqrt{3}}{\pi}$.

B/ Soit f la fonction définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2} \right]$ par $f(x) = \tan x$.

a) Montrer que pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{4} \right]$ on a : $1 \leq f'(x) \leq 2$.

b) En déduire que pour tout $a \in \left[0; \frac{\pi}{4} \right]$ on a : $a \leq \tan(a) \leq 2a$.

EXERCICE N°3(05 pts)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x - 1 + \frac{2}{x^2+1}$.

1/ Déterminer l'expression de la dérivée f' de la fonction f , ainsi que celle de la dérivée seconde f'' .

2/a) Étudier le signe de la fonction f'' .

b) En déduire le tableau de variation de la fonction f' .

(Une valeur approchée des extrémums sera cherchée à l'aide de la calculatrice)

3/a) Montrer que la fonction f' s'annule pour $x=1$ et aussi en un nombre α vérifiant : $0,2 < \alpha < 0,3$.

b) En déduire le tableau de signe de la fonction f' .

4/a) Déterminer la valeur des deux limites suivantes : $\lim_{n \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

(Une valeur approchée des extrémums sera cherchée à l'aide de la calculatrice)

EXERCICE N°4(06 pts)

Dans le plan muni d'un repère $R = (O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les trois points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -2 + i$; $z_B = -3i$; $z_C = 6 + 5i$.

1/Placer ces trois points dans le repère $R = (O; \vec{u}; \vec{v})$.

2/Déterminer une mesure d'angle orienté $\widehat{(\vec{AB}; \vec{AC})}$.

3/Montrer alors que le triangle ABC est un triangle rectangle.

4/On considère le point D d'affixe $z_D = 4 - i$.

a) Donner l'écriture algébrique du nombre complexe Z définie par: $Z = \frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$

b) Justifier que la demi-droite [AD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{(\vec{AB}; \vec{AC})}$.

5/On désigne par E l'ensemble des points M(z) tel que $\left| \frac{z_B - z_A}{z_M - z_A} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

a)Vérifier que D est un point de E.

b)Déterminer et construire E.