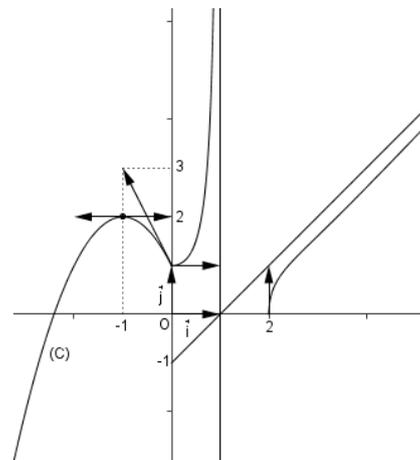


EXERCICE 1 :

Dans le graphique suivant on a tracé selon un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe représentative (C) d'une fonction f définie sur $]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$. La droite $\Delta : y=x-1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$. La courbe (C) admet au voisinage de $(-\infty)$ une branche parabolique de direction celle de (O, \vec{j}) . La droite $D : x=1$ est une asymptote à (C). Les flèches représentent des vecteurs directeurs des demi-tangentes à (C).



- 1) a) Déterminer : $f'(-1)$; $f'_d(0)$; $f'_g(0)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2}$
 b) Déterminer les intervalles sur lesquels f est dérivable.
- 2) Déterminer les limites suivantes :
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 3) Dresser le tableau de variation de la fonction f (on demande les signes de $f'(x)$).
- 4) On pose $h(x)=\tan x$ et $k(x)=\frac{\pi}{4}f(x)$. Soit g la fonction définie par : $g(x)=\tan\left(\frac{\pi}{4}f(x)\right)$
 Sachant que $f(x)=-x^2 - 2x + 1$ pour tout $x \in]-\infty, 0]$.
 a) Montrer que g est dérivable en (-2) et calculer $g'(-2)$.
 b) Montrer que g est dérivable sur $] -1, 0]$ et calculer $g'(x)$ pour tout $x \in] -1, 0]$.

EXERCICE 2 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer les intervalles sur lesquels f est dérivable et calculer $f'(x)$:

- 1) $f(x)=(x^3 + 3x)^4$
- 2) $f(x)=\frac{3x^2-4x-2}{1-x}$
- 3) $f(x)=\sqrt{3x^2 - 4x + 1}$
- 4) $f(x)=-2x + 1 - \frac{3}{(2x-4)^3}$

EXERCICE 3 :

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2}{x-2}$ On désigne par (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- 2) Etablir le tableau de variation de f .
- 3) Etudier les branches infinies de (C).

EXERCICE 4 :

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$; $x \in [0, +\infty[$

- 1) Montrer que la fonction f est dérivable sur $I=] 0, +\infty[$ et que $f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \quad \forall x \in I$.
- 2) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[0, +\infty[$.

EXERCICE 5 :

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = x^2 + |x + 2| - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = (x - 1)\sqrt{x - 1} + 3x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

On note (C) sa courbe dans un repère du plan.

- 1) a) Etudier la dérivabilité de f en (-2) . Interpréter graphiquement le résultat trouvé.
b) Tracer les demi-tangentes à la courbe (C) au point A d'abscisse (-2) .
- 2) Montrer que la courbe (C) admet au point B d'abscisse 1 une tangente (T) dont on donnera une équation cartésienne. Tracer (T).
- 3) Existe-t-il un point sur la courbe (C) d'abscisse $a \in]-2, 1[$ où la tangente est perpendiculaire à (T) ?
- 4) a) Déterminer les intervalles sur lesquels f est dérivable et calculer $f'(x)$.
b) Déterminer le nombre de tangentes à (C) parallèles à l'axe des abscisses.

EXERCICE 6 :

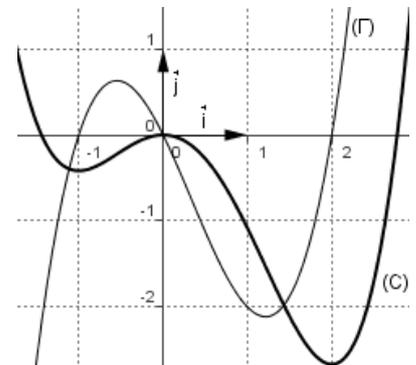
Soit la fonction f définie sur $[0, 2]$ par $f(x) = 3 - \sqrt{4 - x^2}$; C_f étant la courbe de f dans un repère orthonormé

- 1) a/ Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite en 0 et à gauche en 2
b/ En déduire une interprétation graphique pour chaque résultat
- 2) Montrer que f est dérivable sur l'intervalle $]0, 2[$ et que $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$; pour tout $x \in]0, 2[$
- 3) Dresser le tableau de variation de la fonction f

EXERCICE 7 : (QCM)

Le plan étant muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Dans le graphique ci-contre, (C) et (Γ) représentent respectivement deux fonctions f et g définies et dérivables sur \mathbb{R} . Alors :

- a) f est la dérivée de g
- b) g est la dérivée de f



EXERCICE 8 :

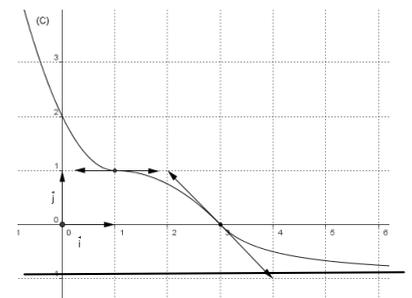
La courbe (C) ci-contre représente une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} , telle que :

- Au $V(-\infty)$ la branche infinie est parabolique de direction celle de (O, \vec{j})
- Au $V(+\infty)$ la droite $D : y = -1$ est une asymptote.
- L'unique tangente horizontale est au point $A(1, 1)$.

- 1) Déterminer $f'(1)$, $f'(3)$, $f''(1)$ et $f''(3)$.
- 2) Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$$

- 3) Dresser le tableau de variation de f .



EXERCICE 9 :

On considère la fonction $f : x \mapsto 1 - \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x}$; $x \in]0, 3[$

- 1) Montrer que f est dérivable sur $]0, 3[$ et que $f'(x) = \frac{9}{x^2 \sqrt{9 - x^2}}$ pour tout $x \in]0, 3[$.

- 2) Etablir le tableau de variation de f .
- 3) On pose $g(x) = f(x) + x$; $x \in]0,3[$.
 - a) Dresser le tableau de variation de la fonction g .
 - b) Montrer que l'équation $f(x) = -x$ admet une unique solution α dans $]1,2[$.
 - c) Dresser alors le tableau de signe de $g(x)$ pour $x \in [1,2]$.
- 4) a) Montrer que pour tout $x \in [1,2]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{9}{\sqrt{5}}$
 b) En déduire que pour tout $x \in [1,2]$ on a : $|f(x) + a| \leq \frac{9}{\sqrt{5}} |x - a|$.

EXERCICE 10 :

On considère la fonction f définie sur $]-\infty, \frac{1}{2}[$ par : $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-2x}}$

- 1) Montrer que la fonction f est dérivable sur $]-\infty, \frac{1}{2}[$ et que $f'(x) = \frac{-1}{(1-2x)\sqrt{1-2x}} \quad \forall x \in]-\infty, \frac{1}{2}[$.
- 2) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- 3) a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]-\infty, \frac{1}{2}[$.
 b) Vérifier que : $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$ puis montrer que : $\alpha^2(1 - 2\alpha) = 1$
- 4) a) Montrer que pour tout $x \in [-1, -\frac{1}{2}]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$
 b) En déduire que pour tout $x \in [-1, -\frac{1}{2}]$ on a : $|f(x) - a| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} |x - a|$

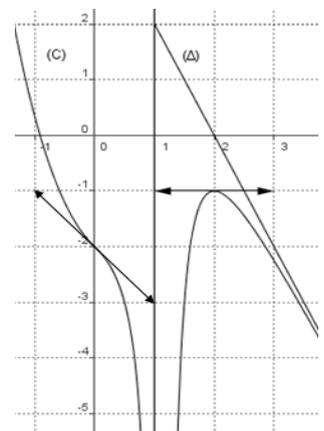
EXERCICE 11 :

Soit la fonction f définie sur $]-1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ On note (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que la fonction f est dérivable sur $]-1, +\infty[$ et que : $f'(x) = \frac{x+2}{2(\sqrt{x+1})^3} \quad \forall x \in]-1, +\infty[$.
- 2) a) Etudier la branche infinie de (C) au voisinage de $(+\infty)$.
 b) Montrer que (C) admet une asymptote verticale Δ dont précisera une équation.
- 3) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- 4) a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point O.
 b) Montrer que $f(x) - x = \frac{-x^2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$.
 c) En déduire la position de la courbe (C) par rapport à la tangente (T).

EXERCICE N12 :

Le graphique ci-contre représente la courbe (C) d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ selon un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) . La droite $\Delta : y = -2x + 4$ est une asymptote à (C) au $V(+\infty)$ et la droite $D : x = 1$ est une asymptote à (C) à droite et à gauche en 1



- 1) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- 2) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x - 4]$
- 3) Déterminer $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$, $f(2)$ et $f'(2)$.
- 4) Déterminer les intervalles sur les quels f est dérivable
- 5) Dresser le tableau de variation de la fonction f , contenant le tableau de signe de $f'(x)$.

