Lycée El Amel Fouchana	Devoir de contrôle n°1		
Prof : B. Zouhaier	4 ème M 1	Novembre 2015	Durée :2heures

Exercice n°1(3points) :

Répondre par ***Vrai*** ou ***Faux*** en justifiant la réponse

ABCD est un rectangle, I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]

1. $S_{(AB)}$ o $S_{(DC)}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$
2. $S_{(AB)}$ o $S_{(AD)}$ est la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
3. L'isométrie qui envoie le segment [AD] sur le segment [BC] est la symétrie orthogonale d'axe (IJ)
4. Si g est une isométrie qui envoie C sur D et D sur C alors
   a) g fixe le point J
   b) gog est l'identité du plan
   c) g est la symétrie centrale de centre J

Exercice n°2 (7points) :

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 2i(z + \bar{z}) + 1 = 0$

1) a)Vérifier que i est solution de (E)
   b) Montrer que z est solution de (E) si et seulement si $(z-i)^2 = 2i(\overline{z-i})$
2) Soit z une solution de (E) distincte de i
   a)Montrer que $|z - i| = 2$ et $\arg(z - i) \equiv \frac{\pi}{6}\left[\frac{2\pi}{3}\right]$
   b) En déduire les solutions de (E)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (o ; $\vec{u}$; $\vec{v}$) .G , A, B et C les points d'affixes respectives i , $(\sqrt{3} + 2i)$, $(-\sqrt{3} + 2i)$ et – i

3) a)Montrer que A, B et C appartiennent à un même cercle **Γ** de centre G dont on précisera le rayon
   b) Construire alors les points A, B et C
   c)Vérifier que le triangle ABC est équilatéral et que G est son centre de gravité
4) Soit f l'isométrie qui envoie A sur B , B sur C et C sur A
   a)Montrer que G est un point fixe par f
   b) Déduire la nature et les éléments caractéristiques de f
   c)Déterminer l'image du cercle **Γ** par f

Exercice n°3 (5points) :

On considère la suite U définie sur IN par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \sqrt{1 + U_n^2}$

1) Montrer que U est croissante
2) a)Montrer par récurrence que pour tout n ϵ IN^* ; $\sqrt{n-1} \leq U_n \leq \sqrt{n}$.
   b) Déduire $\lim_{n\to+\infty} U_n$

B.Zouhaier

www.devoirat.net 2015

3) Soit $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{U_k}$; n ϵ IN^*

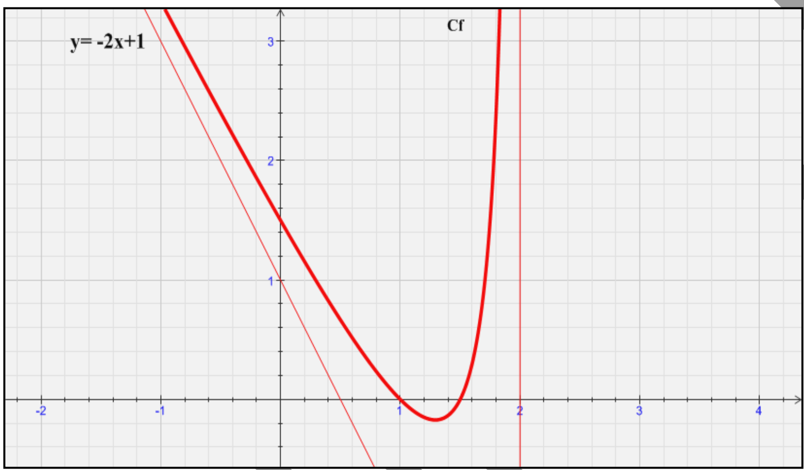
a)Montrer que $S_n \geq \sqrt{n}$ pour tout n IN^* . En déduire $\lim_{n\to+\infty} S_n$

b) Montrer que pour tout n ϵ IN^* ; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}S_n \leq U_n \leq 1 + \frac{1}{2}S_n$.

c)En déduire que la suite $\left(\frac{U_n}{S_n}\right)$ est convergente

<u>Exercice n°4(5points):</u>

Dans le graphique ci-contre (Cf) est la courbe représentative d'une fonction définie continue sur]-∞; 2[; les droites d'équation y = - 2x+1 et x = 2 sont les asymptotes de (Cf).



1) Déterminer : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to 2^-} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{2}{f(x)+2x+1}$

2) On donne ci-contre le tableau de variations d'une fonction g définie, continue sur IR\{3} et on désigne par (Cg) sa représentation graphique.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$-$	||	$-$	
$g(x)$	2	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	3

a) Préciser les asymptotes de Cg.
b) Déterminer g( ] -∞ ; 3[ ) et g( ] 3 ; +∞[ ) en déduire que l'équation g(x)=0 admet dans IR\{3} une unique solution a .
c) Déterminer suivant les valeurs de x le signe de g(x)

3) Soit h la fonction définie par h(x)=fog(x).
   a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h
   b) Prouver que h est continue sur]-∞; 3[
   c) Calculer $\lim_{x\to 3^-} h(x)$ et interpréter graphiquement le résultat

<u>Bon travail</u>

www.devoirat.net 2015