L-S-IBN SINA 2 heures	Devoir de contrôle N°1	PROF :Meddeb –A Class : 4sc-exp

Exercice N°1: (5 points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes :

1) Z et Z' deux nombres complexes ; Si arg (Z') = - arg (Z) [2π] alors Z'=Z
2) $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{5}}$ est une racine cinquième de 4√2.
3) La somme des racines cinquième de l'unité est nulle.
4) Si $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} f(x)=+\infty$ alors $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)+1}{f(x)^2}=0$
5) Si f est une fonction continue sur]1 ; +∞ [tel que f(x) ≠0 pour tout x ϵ]1 ; +∞[

   Alors f(x) > 0 pour tout x ϵ]1 ; + ∞ [

Exercice N°2: (5 points)

On considère dans C l'équation (E) suivante: $Z^2+(1+3i)Z+2(i-1)=0$

I)1°) résoudre dans C l'équation (E).

2°) donner l'écriture exponentielle des solutions de (E).

II)le plan est muni d'un repère orthonormé direct (o ; u ; v)

On donne les points A ; M et M' d'affixe respectives -2i ; z et z' tels que $Z'=\dfrac{6-2iZ}{i}$

1) a)vérifier que Z' + 2i = -2 (Z+ 2i).

   b) déduire que Z' est l'image de Z par une homothétie **h** dont en précisera le centre et le rapport.

   c) vérifier que A est un point invariant par **h**.

2) Montrer que l'image d'un cercle de centre A et de rayon √2 par **h** est un cercle de centre A et de rayon 2√ 2.

3) a)vérifier que $\arg\left(\dfrac{Z'+2i}{Z+2i}\right)\equiv\pi \quad [2\pi]$

   b) soit F ={M ϵ P\ {A} tel que arg (Z' +2i) $\equiv\dfrac{\pi}{3} \quad [2\pi]$ }

   Déterminer et construire l'ensemble F .

Exercice N°3 : (3 points)

1) en utilisant la formule du binôme de newton développer $(a+b)^4$; a ϵ IR et b ϵ IR .
2) prouver que $e^{in\theta} + e^{-in\theta} = 2\cos n\theta$; ϵ IR.
3) Linéariser alors $\cos^4 x$.
4) Calculer $(\cos\frac{\pi}{12})^4$

Exercice N°4 : (7 points)

Soit une fonction f définie par f (x) : $\begin{cases} \dfrac{1-\cos(x+1)}{x+1} & x \succ -1 \\ \dfrac{x^2-2x-3}{x^2-1} - 2 & x \prec -1 \end{cases}$

1) calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$
2) Etudier la continuité de f en -1.
3) On pose $g(x)= x^2 -2x$ et $k(x) = \sqrt{1-x} - 1$ a)Montrer que g est strictement croissante sur]1 ; + ∞ [
4)

b) Montrer que k est strictement décroissante sur]- ∞ ; 1 [.

c) déterminer g (]1 ; +∞[) et k (]- ∞ ; 1[) .

4)a) la fonction f o g est - elle définie sur]1 ; + ∞ [? justifier.

b) la fonction f o k est – elle définie sur]- ∞ ; 1[? justifier.

c) exprimer alors f o g (x) sur] 1 ; +∞ [et f o k(x) sur]- ∞ ; 1 [.

5) on considère une fonction F définie sur IR par F(x)= $\begin{cases} fog(x) & x \succ 1 \\ fok(x) & x \prec 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$

Montrer que F est continue en 1