

LYCEE AIN DRAHEM	DEVOIR DE SYNTHESE N°2	CL :2sc
PROF : B-NEJIB	MARS 2013	DUREE :2h

EXERCICE N°1

Soit la suite définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1-2u_n}$.

- 1) a- calculer : u_1 et u_2
b- montrer que (u_n) est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = \frac{1}{u_n}$.
a- Calculer v_0
b- Calculer v_{n+1} en fonction de u_n .
c- Montrer que v_n est une suite arithmétique dont on précisera sa raison r .
d- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
- 3) Calculer : $S = v_3 + v_4 + v_5 + \dots + v_{10}$

EXERCICE N°2

Soit (w_n) une suite géométrique tel que : $w_3 = 2$ et $w_{10} = 4374$

- a) Calculer la raison q de cette suite
- b) Calculer : $S = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_{10}$

EXERCICE N°3

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\widehat{CBA} = \frac{\pi}{3}$. On donne I le milieu de $[BC]$ et r la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

- 1) Montrer que le triangle AIB est équilatéral ; en déduire que $r(B) = I$
- 2) La parallèle à (AI) passant par C et la parallèle à (BC) passant par A se coupent en D .
a- Montrer que : $\widehat{IAD} = \frac{\pi}{3}$ et déduire que : $r(I) = D$
b- Soit J le milieu de $[IB]$; construire $J' = r(J)$ et montrer que : J' ; I et D sont alignés.
- 3) Soit E le projeté orthogonal de J sur la droite (AI) ; la parallèle à (DI) passant par E coupe (AD) en F .
a- Montrer que $r(E) = F$.
b- Montrer que $(FJ') \perp (AD)$

EXERCICE N°4

Soit g la fonction définie sur $] -1; 1[$ par : $g(x) = \frac{x}{x^2-1}$

- 1) Montrer que g est une fonction impaire.
- 2) Soit a et b deux réels de $[0; 1[$ tel que : $a \leq b$

a-vérifier que : $g(a) - g(b) = \frac{(b-a)(ab-1)}{(a^2-1)(b^2-1)}$

c- en déduire que g est croissante sur $[0; 1[$

3) sur l'annexe ci-jointe on a représenté une partie de la courbe de g compléter le reste de la courbe.