

Lycée Tahar Sfar Mahdia	<b><i>Devoir de contrôle n° 3</i></b> Mathématiques	Niveau : 2 <sup>ème</sup> Sc1+2
Date : 27/01/2014	Prof : MEDDEB Tarek	Durée : 1 heure

**Exercice n°1** : ( 5 pts )



Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

- 1) Soit  $n$  un entier naturel. On pose  $a = 9n + 5$ .
  - a/ Déterminer le reste de la division euclidienne de  $a^2$  par 9.
  - b/ En déduire que l'entier  $(98616803)^2 + 2$  est divisible par 9.
- 2) Montrer que  $2^{15} + 1$  et  $2^{15} - 1$  sont premiers entre eux.

**Exercice n°2** : ( 5 pts )

Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $P(n) = 2n^5 + 7n^4 + 3n^3 + 4n + 12$ .

- 1) Calculer  $P(10)$ .
- 2) Vérifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $P(n) = (n+3)(2n^4 + n^3 + 4)$ .
- 3) En déduire que le nombre 273052 est divisible par 13.
- 4) Trouver tous les entiers naturels  $n$  tels que  $2n^5 + 7n^4 + 3n^3 + 4n$  soit divisible par  $n+3$ .

**Exercice n°3** : ( 10 pts )

Soit  $ABC$  un triangle isocèle et rectangle en  $B$ . on désigne par  $O$  et  $I$  les milieux respectifs des segments  $[AC]$  et  $[AB]$  et  $\mathcal{C}$  le cercle de diamètre  $[AC]$ .

- 1) a/ Construire le cercle  $\mathcal{C}'$  image de  $\mathcal{C}$  par la translation  $t$  de vecteur  $\overline{AB}$ .  
b/ Montrer que  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  sont sécants en  $B$  et  $C$ .
- 2) La droite  $(AB)$  recoupe  $\mathcal{C}'$  en  $D$ . Montrer que  $[CD]$  est un diamètre de  $\mathcal{C}'$ .
- 3) Soit  $M$  un point variable de  $\mathcal{C}$  distinct de  $A$ ,  $B$  et  $C$ . la perpendiculaire à  $(MC)$  menée de  $B$  recoupe  $\mathcal{C}'$  en  $M'$ .  
a/ Déterminer l'image de la droite  $(AM)$  par  $t$ .  
b/ En déduire que :  $t(M) = M'$ .
- 4) Soit  $J$  le milieu de  $[MM']$ . Déterminer et construire l'ensemble des points  $J$  lorsque  $M$  varie sur  $\mathcal{C}$ .

Bonne chance