EX N°1 :

L'espace est rapporté a un RON $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OK})$

on considère le cube de sommets O, I, R, J, K, L, M, N . on note A le milieu de $[IL]$ et B le point définie par : $\overrightarrow{KB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{KN}$. on appelle (P) le plan passant par les points O , A et B .

1)
   a) déterminer les coordonnées des points A et B
   b) déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{U}=\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$
   c) montrer alors que l'aire du triangle $OAB=\frac{\sqrt{14}}{6}$
2) le point $C(1,\frac{1}{3},1)$ appartient-il a (P) ? justifier votre réponse
3) on considère le tétraèdre OABK
   a) montrer que le volume de ce tétraèdre est $\frac{1}{9}$
   b) calculer alors la distance du point K au plan (P)

EX N°2 :

L'espace est rapporter a un RON $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on désigne par S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$.

1) montrer que S est un sphère dont on précisera le centre et le rayon.
2) Soit P le plan dont une équation cartésienne est : $2x-2y+z-2=0$.
   Déterminer la position relative de et P . Caractériser $S\cap P$

EX N°3 :

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
On considère les points $A(-1,1,0)$; $B(1,0,1)$; $C(0,2,-1)$ et $D(-1,3,2)$

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .

2) Montrer que le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est normal au plan (ABC).

3) Calculer le volume V du tétraèdre DABC .

4) Soit I , J et K les milieux respectifs de $[DA]$, $[DB]$ et $[DC]$

On considère le plan Q passant par I et parallèle au plan (ABC).

a) Donner une équation cartésienne du plan Q.

b) Vérifier que J et K appartiennent à Q.

c) On désigne par V ' le volume du tétraèdre DIJK. Montré que V = 8 V '.

EX N°4 :

Dans l'espace muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points $A(1,0,-1)$; $B(1,3,5)$; $C(-7,2,2)$ et $H(-1,4,3)$

1)

a) déterminer les composants du vecteur $\overrightarrow{HB} \wedge \overrightarrow{HC}$

b) en déduire qu'une équation cartésienne du plan (HBC) est $x - 2y - 2z + 15 = 0$

c) montrer que le point H est le projeté orthogonale de A sur le plan (HBC)

2)

On considère l'ensemble (S) des points M(x,y,z) telles que $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2z + 1 = 0$

- *a) montrer que (S) est une sphère et préciser son centre I et son rayon R*
- *b) montrer que I est le milieu du segment [AH]*
- *c) déterminer la position relative de (S) et le plan (HBC)*
- *3) soit $J(0,0,1)$*
  - *a) vérifié que $J \in$ (S)*
  - *b) calculer la distance du point I à la droite (AJ)*

EX N°5 :

- *A) soit $h(x) = e^x + 2 - x$ définie sur R*
  - *1) étudier les variation de la fonction h*
  - *2) déduire que $h(x) > 0$ pour tout x*
- *B) on considère la fonction f définie sur R par $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative*
  - *1) montrer que pour tout x on a : $f'(x) = e^{-x}h(x)$*
  - *2) dresser le tableau de variation de f*
  - *3) a - montrer que f réalise une bijection de R dans R*
    b - en déduire que l'équation f(x)=0 admet dans R une solution unique α et que $0 < \alpha < \frac{1}{2}$
  - *4) a – montrer que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote a la courbe (C) au voisinage de +∞*
    b – étudier la position de (C) et Δ
  - *5) a – montrer que (C) admet un point d'inflexion I dont on donnera les coordonnées*
    b – vérifier que l'équation cartésienne de la tangente (T) a (C) au point I est : $(e^3 - 1)x - e^3 y + 5 = 0$

6) *tracer* $(\Delta), (\boldsymbol{T})$ *et* $(\boldsymbol{C})$

7) *on désigne par* $\mathcal{A}$ *l'aire du domaine limitée par la courbe (C) ,* (Δ) *et les droites d'équation* $x = 0$ *et* $x = \alpha$

a – vérifier que pour tout x on a $f(x) - x = 1 + e^{-x} - f'(x)$

b – montrer que $\mathcal{A} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha}$