

le sujet comporte 3 pages.



**Exercice 1:(3pt)**

Pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte .

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justification.

1. La fonction  $f(x) = 1 + (1 - x)e^x$  admet comme primitive sur  $\mathbb{R}$  la fonction:

(a)  $F(x) = x + e^x \ln(1 - x)$       (b)  $F(x) = x + \frac{1 - x}{e^x}$       (c)  $F(x) = x + (2 - x)e^x$

2.  $\int_1^e x \ln x \, dx$  est égal à:

(a)  $\frac{e^2 + 1}{4}$       (b)  $\frac{\sqrt{e}}{2}$       (c)  $e^2 - 1$

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x - e^x} \right)^{-1}$  est égal à:

(a)  $-\infty$       (b)  $+\infty$       (c) 0

4. Soit  $\Omega$  un univers .  $P$  une probabilité définie sur  $\mathcal{P}(\Omega)$  et  $A$  et  $B$  deux événements telle que  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{5}$  et  $P(A/B) = \frac{3}{8}$ , alors  $P(B/A)$  est égal à:

(a)  $\frac{5}{8}$       (b)  $\frac{3}{20}$       (c)  $\frac{1}{20}$

**Exercice 2:(6pt)**

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. Le rang  $x_1 = 1$  est donné pour l'année 2008. La consommation est exprimée en milliers de  $DT$ .

Année	2008	2010	2011	2012	2014
Rang de l'année $x_i$	1	3	4	5	7
Consommation en milliers $DT$ $y_i$	28,5	35	52	70,5	100,5

1. Représenter le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal du plan (on prendra  $1cm$  comme unité en abscisses et  $1cm$  pour  $10000 DT$  en ordonnées).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
3. On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite  $D$  d'équation  $y = 12,57x + b$  qui passe par le point  $G$ .
  - (a) Déterminer la valeur de  $b$ .
  - (b) Tracer la droite  $D$  dans le repère précédent.
4. Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2015. **Les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près.**
5. Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.
  - (a) Recopier et compléter le tableau suivant sachant que  $z = \ln y$ . **Les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près.**

$x_i$	1	3	4	5	7	8
$z_i = \ln y_i$	3,35	...	...	...	...	4,94

- (b) Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de  $z$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; cette équation est de la forme  $z = cx + d$  ; on donnera les **arrondis** des coefficients  $c$  et  $d$  à  $10^{-2}$  près.
- (c) En déduire que  $y = 20,49 \cdot e^{0,23x}$ .
- (d) Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2020 en  $DT$ .

### Exercice 3:(5pt)

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{u_n + 1} \end{cases}$$

1. Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq u_n \leq 3$ .
2. On considère la suite  $(v_n)$  définie, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , par :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$   
Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
3. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ . En déduire la limite de la suite  $(v_n)$ .
4. Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

**Exercice 4:(6pt)**

**On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.**

Une urne  $U_1$  contient 4 jetons blancs et 3 noirs et une urne  $U_2$  contient 17 jetons blancs et 18 noirs.

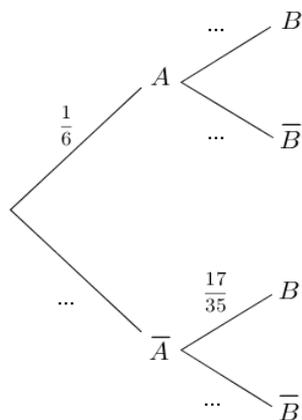
1. On jette un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Si le 6 apparaît, on tire un jeton de l'urne  $U_1$  sinon on tire un jeton de l'urne  $U_2$ . On considère les événements suivants :

A : "On a obtenu 6 en jetant le dé"

B : "On obtient un jeton blanc".

(a) Justifier que  $P(B/A) = \frac{4}{7}$ . En déduire la valeur de  $P(\bar{B}/A)$ .

(b) Reproduire et compléter l'arbre de probabilités suivant :



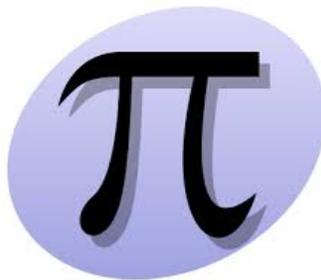
(a) Déterminer la probabilité  $P(B)$  de tirer un jeton blanc.

(b) justifier que  $P(A/B) = \frac{4}{21}$ . Déterminer  $P(\bar{A}/\bar{B})$ .

2. On effectue au hasard un tirage de 4 jetons **simultanément** de l'urne  $U_1$ . On appelle  $X$  la variable aléatoire correspondant au nombre de jetons blancs tirés.

(a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

(b) Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$ .



Bon Travail