EX N° 1 :

1) Soit $g(x) = 1 - \frac{1}{x} + 2ln(x)$
   a) Dresser le tableau de variation de g
   b) Calculer g(1) puis déduire le signe de g(x)
2) Soit $f(x) = x - x^2 ln\, x$ si x> 0 $et\ f(0) = 0$
   Soit (C) la courbe de f
   a) Montrer que f est continue et dérivable en 0
   b) Montrer que pour tout x ∈ Df , f'(x)= -x g(x)
   c) Dresser le tableau de variation de f
   d) Montrer que f(x)=0 admet dans Df une unique solution ∝ telle que 1,7$< \alpha <$ 1,8
3)
   a) Ecrire une équation de la demi tangente Δ a la courbe (C) au point d'abscisse 0
   b) Etudier la position de (C) par rapport a Δ
   c) Tracer Δ et (C)

EX N° 2 :

A) Soit $f(x) = x - \frac{ln\, x}{x^2}$ et (C) sa courbe représentative
   1) Soit $g(x) = x^3 - 1 + 2ln\, x$
      a) Etudier le sens de variation de g sur Dg
      b) Calculer g(1) et déduire le signe de g(x)
   2)
      a) déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to 0^+} f(x)$
      b) dresser le tableau de variation de f
   3)
      a) Démontrer que la droite Δ d'équation y = x est un asymptote oblique a la courbe (C)
      b) Etudier la position de Δ et (C)

B) Soit α un réel strictement positif et on désigne par A (α) l'air de la partie du plan délimiter par la courbe (c) , la droite Δ et les droites d'équations x = 1 et x = α . on suppose pour cette question que $\alpha > 1$
   1) A l'aide d'une intégration par partie démontrer que A (α) = $1 - \frac{1}{\propto} - \frac{ln \propto}{\propto}$
   2) Démontrer que $\lim_{\alpha \to +\infty} A(\propto) = l$. démontrer que $l = A(\frac{1}{e})$

EX N° 3 :

On pose $I_0 = \int_1^e x\, dx$ et $I_n = \int_1^e x(ln\, x)^n\, dx$ pour tout n entier non nul.

1) *Calculer I_0 et I_1 (on pourra utiliser un intégration par partie)*
2) *Montrer que pour tout entier n on a $2I_{n+1} + (n+1)I_n = e^2$. calculer I_2*

3) Montrer que pour tout n entier $I_{n+1} \leq I_n$. en déduire en utilisant la relation de 2) que $\frac{e^2}{n+3} \leq I_n \leq \frac{e^2}{n+2}$

4) Calculer $\lim_{n\to+\infty} I_n$ et $\lim_{n\to+\infty} nI_n$

EX N°4 :

A) Soit $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1) Etudier la variation de g sur Dg et préciser ses limites en 0 et en $+\infty$
2) Montrer que g(x) = 0 admet une solution unique sur Dg . on note $\propto$ cette solution
3) Déterminer le signe de g(x) suivant les valeurs de x
4) Montrer que $\ln \propto = 2 + \propto^2$

B) On considère la fonction f définie et dérivable sur R_+^* par $f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$

1) Exprimer f'(x) en fonction de g(x)
2) En déduire la variation de f sur R_+^*

C) Dans le plan rapporté a un repère orthonormé on note :

- T la courbe représentative de la fonction $\ln$
- A le point de coordonnées (0 ;2)
- M le point de T d'abscisse x avec x $\in R_+^*$

1) Montrer que la distance AM $=\sqrt{f(x)}$
2) Soit h la fonction définie sur R_+^* par $h(x) = \sqrt{f(x)}$
   a) Montrer que les fonctions f et h ont les mêmes variations sur R_+^*
   b) Montrer que la distance AM est minimale en un point de T noté I dont on précisera ses coordonnées