Chap 3 - Leçon n°2 : **Les fonctions logiques universelles**

☞ Activité 1 :

On donne ci-dessous la table de vérité relative à l'équation de **D7** pour le système d'affichage du temps perdu.

a	b	c	D7	$\overline{D7}$
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	1	

1- Déterminer l'équation simplifiée de **D7**.

D7 = ……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

2- Compléter la table de vérité puis déterminer l'équation simplifiée de $\overline{D7}$.

$\overline{D7}$ = ……………………………………………………………………………………………

3- Déduire l'équation simplifiée de $\overline{a+b}$. $\overline{a+b}$ = ……………………………………………①

4- Prédire l'équation simplifiée de $\overline{a.b}$. $\overline{a.b}$ = ……………………………………………②

☞ Les deux équations ① et ② sont appelées **théoremes de De Morgan**. Ile permettent de nous simplifier des équations logiques.

I - THÉOREMES DE DE MORGAN :

Compléter la table de vérité suivante :

a	b	$\overline{a}$	$\overline{b}$	a+b	$\overline{a+b}$	$\overline{a}.\overline{b}$	a.b	$\overline{a.b}$	$\overline{a}+\overline{b}$
0	0								
1	0								
0	1								
1	1								

D'où :

$\overline{a+b}$ = ………………..

$\overline{a.b}$ = ………………..

✍ **Théorème 1 :** Le complément d'une somme logique est égal ………………………. des compléments de chaque terme de la somme.

✍ **Théorème 2 :** Le complément d'un produit logique est égal à ……………………………. des compléments de chaque terme du produit.

☞ Dans le cas général on a :

① $\overline{a_1 + a_2 + \dots + a_n} = \overline{a_1} . \overline{a_2} . \dots . \overline{a_n}$

② $\overline{a_1 . a_2 . \dots . a_n} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + \dots + \overline{a_n}$

Augustus De Morgan
Mathématicien britannique
(1806-1871)

Rafik Ben Amor

www.devoirat.net 2015

☞ **Application :**

- Retrouver l'équation de **D1** (**Voir Chap. 3 - Leçon 1**) à l'aide de la méthode de complément.

a	b	c	D1
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$\overline{\mathbf{D1}}$ = ... = ...

D1 = ...

....

....

II- LES FONCTIONS LOGIQUES UNIVERSELLES :

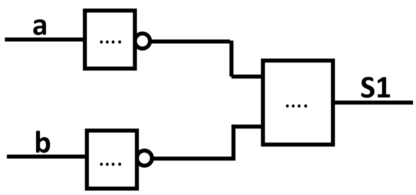
☞ Activité 2 :

1- On donne ci-contre la table de vérité relative à une sotie **S1**.

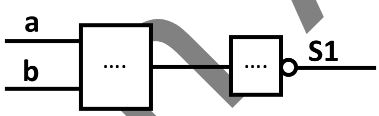
a	b	S1
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

a- Déterminer l'équation logique de **S1**. **S1 =** .... ou encore **S1** = ...

b- Compléter les logigrammes relatifs à la sortie **S1**.

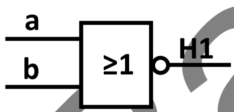


S1 = ...



S1 = ...

c- Les logigrammes précédents permettent de réaliser l'équation de **S1** à l'aide de .... ou ..... portes logiques. Maintenant sur un simulateur logique, simuler le fonctionnement de la sortie **H1** relative à la porte logique donnée ci-dessous et compléter la table de vérité correspondante.



a	b	H1
0	0	
1	0	
0	1	
1	1	

- Comparer **S1** et **H1**. **S1** = ...

- Quelle est l'utilité de cette nouvelle porte logique ?

....

....

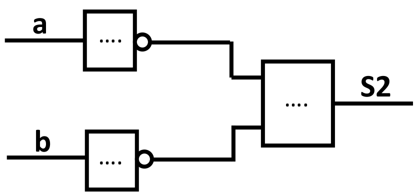
☞ Cette porte est appelée la fonction .... (..................)

2- On donne ci-contre la table de vérité relative à une sotie **S2**.

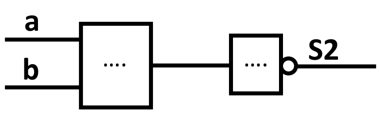
a	b	S2
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

a- Déterminer l'équation logique de **S2**. **S2 =** .... ou encore **S2** = ...

b- Compléter les logigrammes relatifs à la sortie **S2**.



S2 = ...

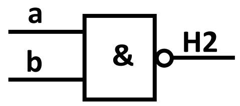


S2 = ...

Rafik Ben Amor

www.devoirat.net 2015

c- Les logigrammes précédents permettent de réaliser l'équation de **S2** à l'aide de .... ou ..... portes logiques. Maintenant sur un simulateur logique, simuler le fonctionnement de la sortie **H2** relative à la porte logique donnée ci-dessous et compléter la table de vérité correspondante.



a	b	H2
0	0	
1	0	
0	1	
1	1	

- Comparer **S2** et **H2**. **S2** = ...
- Quelle est l'utilité de cette nouvelle porte logique ?

....

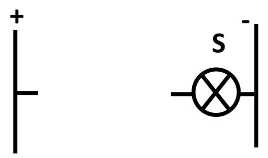
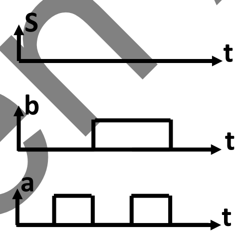
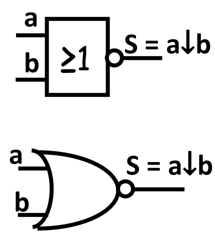
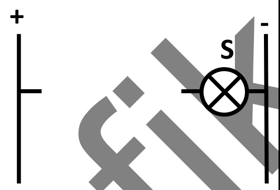
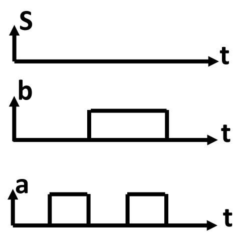
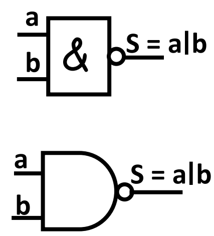
....

☞ Cette porte est appelée la fonction .... (.................)

1- Définitions :

Fonction NON-OU (NOR)	Fonction NON-ET (NAND)
La sortie de la fonction NOR est égale à 1 si .... les entrées sont égales à	La sortie de la fonction NAND est égale à 1 si .... des entrées est égale à ....

2- Tableau récapitulatif :

Nom	Schéma à contacts	Table de vérité	Chronogramme	Equation	Symboles
NON-OU NI (NOR)		a b S 0 0 1 0 0 1 1 1		$S = a\downarrow b$ =........... =...........	
NON-ET ON (NAND)		a b S 0 0 1 0 0 1 1 1		$S = a\vert b$ =........... =...........	

3- Propriétés :

Fonction NOR

①	$a\downarrow b$ = ...
②	$(a\downarrow b)\downarrow c \neq$ .... $\neq$ ....
③	$a\downarrow 0$ = ...
④	$a\downarrow 1$ = ...
⑤	$a\downarrow a$ = ...
⑥	$a\downarrow \bar{a}$ = ...

Fonction NAND

①	$a\vert b$ = ...
②	$(a\vert b)\vert c \neq$ .... $\neq$ ....
③	$a\vert 0$ = ...
④	$a\vert 1$ = ...
⑤	$a\vert a$ = ...
⑥	$a\vert \bar{a}$ = ...

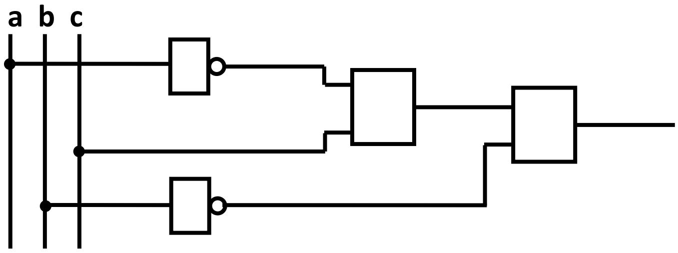
Rafik Ben Amor

www.devoirat.net 2015

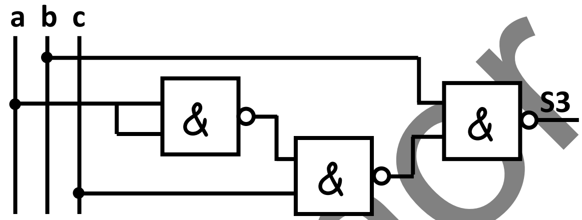
☞ Activité 3 :

I- Soit l'équation **D3 =** $\bar{b} + \bar{a}.c$

1- Tracer le logigramme de **D3** à l'aide des fonctions logiques de base.



2-a- On donne ci-contre le logigramme relatif à la sortie **S3**.



2-b- Ecrire l'équation de **S3** à l'aide des fonctions **NAND**.

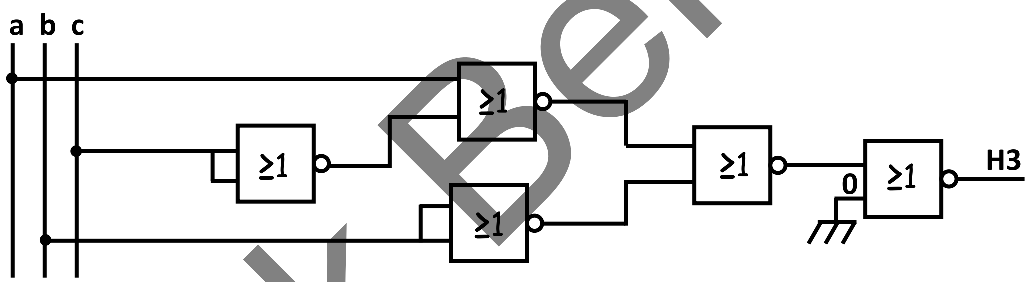
S3 = …………………………………………………………

2-c- Simplifier l'équation de **S3**.

S3 = ………

……

3-a- On donne ci-dessous le logigramme relatif à la sortie **H3**.



3-b- Ecrire l'équation de **H3** à l'aide des fonctions **NOR**.

H3 = …………………………………………………………

3-c- Simplifier l'équation de **H3**.

H3 = ………

……

4-a- Trouver une relations entre **D3**, **S3** et **H3**.

…………………………………………………………

4-b- Peut-on déduire pourquoi les fonctions **NOR** et **NAND** sont dites fonctions universelles ?

Les fonctions **NOR** et **NAND** sont dites fonctions universelles car n'importe quelle équation logique peut être ……………………… à l'aide des opérateurs …………… seulement ou des opérateurs …………… seulement.

4-c- Dans le cas de l'équation de **D3**, quel avantage apporte la fonction **NAND** ?

La fonction **NAND** permet d'écrire et de réaliser l'équation de **D3** avec ………………………………………………………

……

Rafik Ben Amor

www.devoirat.net 2015

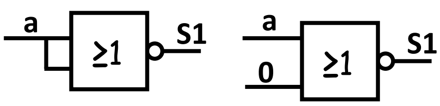
III- UNIVERSALITES DES FONCTIONS NOR ET NAND :

☞ Activité 4 :

Dans cette activité on cherche à démontrer l'universalité des fonctions **NOR** et **NAND** c'est-à-dire que les fonctions logiques de base **NON**, **OU** et **ET** peuvent être réalisées à l'aide des fonctions **NOR** seulement ou des fonctions **NAND** seulement et ainsi on approuve que les équations logiques peuvent être exprimées à l'aide des **NOR** seulement ou **NAND** seulement.

☞ Pour chaque logigramme donné ci-dessous on demande de : **a-** Réaliser le câblage sur un simulateur logique. **b-** Remplir la table de vérité correspondante. **c-** Déruire l'équation logique et le nom de la fonction logique réalisée.

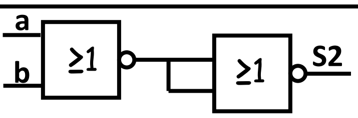
Logigrammes avec NOR



a	S1
0	
1	

Equations : S1 = ……………… = …………………… = ………………

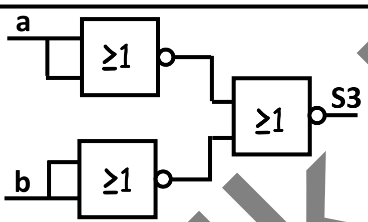
Nom de la fonction : ……………



a	b	S2
0	0	
1	0	
0	1	
1	1	

Equations :
S2 = ……………………………………………= …………

Nom de la fonction : ……………

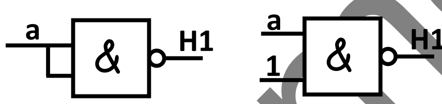


a	b	S3
0	0	
1	0	
0	1	
1	1	

Equations :
S3 = ……………………………………………= …………

Nom de la fonction : ……………

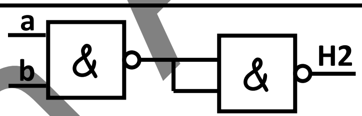
Logigrammes avec NAND



a	H1
0	
1	

Equations : H1 = ……………… = ……………………= ………………

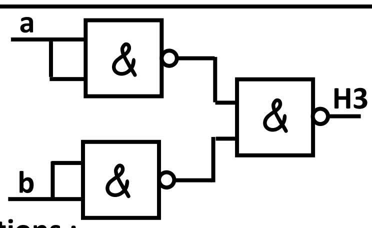
Nom de la fonction : ……………



a	b	H2
0	0	
1	0	
0	1	
1	1	

Equations :
H2 = ……………………………………………= …………

Nom de la fonction : ……………



a	b	H3
0	0	
1	0	
0	1	
1	1	

Equations :
H3 = …………………………………………… = …………

Nom de la fonction : ……………

Rafik Ben Amor

<u>1- Universalite de la fonction NOR :</u>

✓ **Fonction NON**

S = $\bar{a}$ = ………

✓ **Fonction OU**

S = a + b = ……………………………………………………………………………………………………

✓ **Fonction ET**

S = a . b = ……………………………………………………………………………………………………

<u>2- Universalite de la fonction NAND :</u>

✓ **Fonction NON**

S = $\bar{a}$ = ………

✓ **Fonction ET**

S = a . b = ……………………………………………………………………………………………………

✓ **Fonction OU**

S = a + b = ……………………………………………………………………………………………………

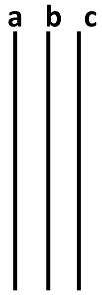
www.devoirat.net 2015

3- Applications :

1- Soit l'équation **D6 = $a + \bar{b}.\bar{c}$**

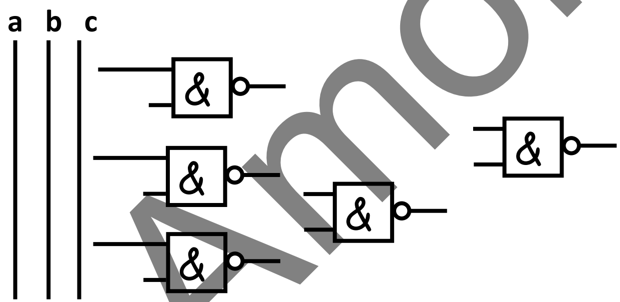
a- Ecrire puis tracer le logigramme de **D6** avec des fonctions **NOR** à 2 entrées.

D6 = $a + \bar{b}.\bar{c}$ = ……………………………………



b- Ecrire puis tracer le logigramme de **D6** avec des fonctions **NAND** à 2 entrées.

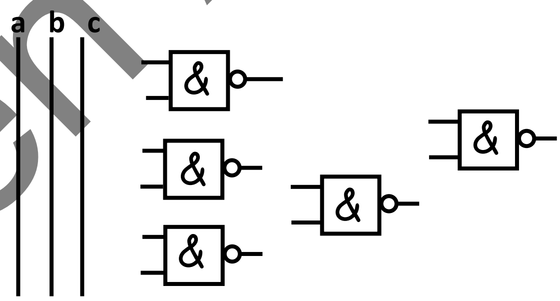
D6 = $a + \bar{b}.\bar{c}$ = ……………………………………



2- Soit l'équation **D5 = $a.b + \bar{a}.\bar{c}$**

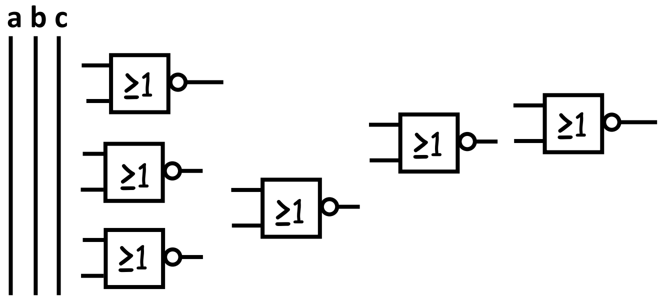
a- Ecrire puis tracer le logigramme de **D5** avec des fonctions **NAND** à 2 entrées.

D5 = $a.b + \bar{a}.\bar{c}$ = ……………………………………

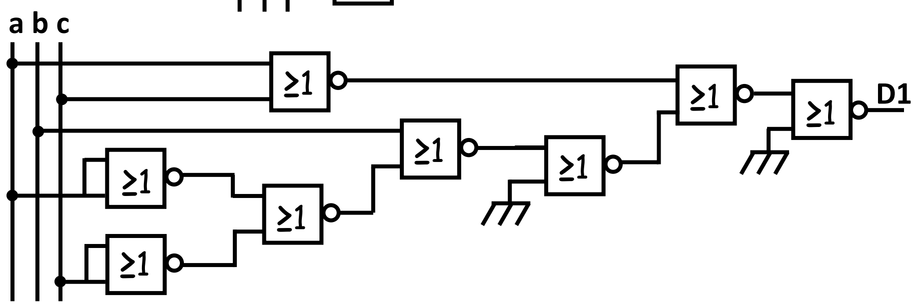


b- Ecrire puis tracer le logigramme de **D5** avec des fonctions **NOR** à 2 entrées.

D5 = $a.b + \bar{a}.\bar{c}$ = ……………………………………



3- Soit le logigramme donné ci-contre.



a- Ecrire l'équation de **D1** donnée par le logigramme.

D1 = ……………………………………

b- Simplifier l'équation de **D1**.

D1 = ……………………………………

= ……………………………………

Rafik Ben Amor
www.devoirat.net 2015

4- Soit $\mathbf{S = a + \bar{b} + \bar{c}}$

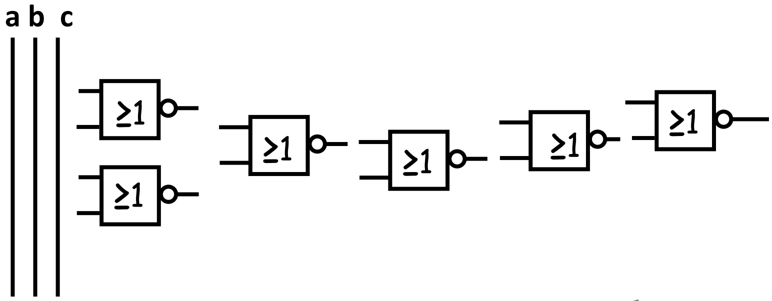
a- Ecrire puis tracer le logigramme de **S** à l'aide des fonctions **NOR** à deux entrées.

$\mathbf{S = a + \bar{b} + \bar{c}} = a + (\bar{b} + \bar{c}) =$ ……………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………



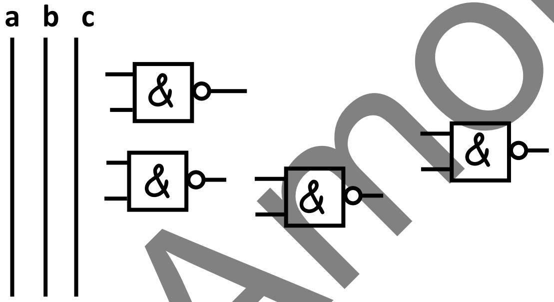
b- Ecrire puis tracer le logigramme de **S** à l'aide des fonctions **NAND** à deux entrées.

$\mathbf{S = a + \bar{b} + \bar{c}} = a + (\bar{b} + \bar{c}) =$ ……………………………………

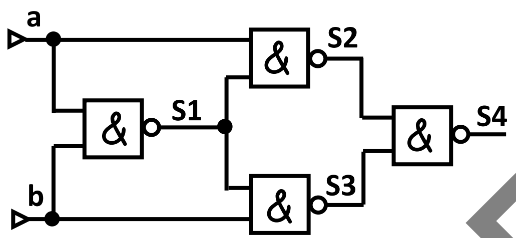
……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………



5- Soit le logigramme donné ci-dessous. Déterminer les équations simplifiées de **S1**, **S2**, **S3** et **S4** à l'aide des fonctions logiques de base.



S1 = ……………………………………………………………

S2 = ……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

S3 = ……………………………………………………………

……………………………………………………………

S4 = ……………………………………………………………

……………………………………………………………

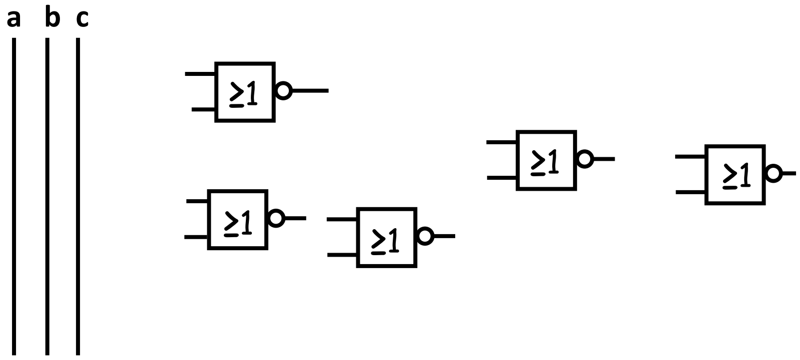
6-

a- Simplifier l'équation **D**. $\mathbf{D = [\ \bar{a} \downarrow (\ \bar{b} \downarrow c\ )] \downarrow [\ \bar{a} \downarrow (\ \bar{b} \downarrow c\ )] =}$ ……………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

b- Tracer le logigramme de **D** à l'aide des opérateurs **NOR** à deux entrées.



Rafik Ben Amor

www.devoirat.net 2015