❖ Exercice 1 :

1./Dans la figure ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé (O,i ,j)

la courbe (C) de la fonction f définit sur $[\frac{1}{e}; e]$ par : f(x) = $ln^3x - 3lnx$ et

les demi-tangentes à la courbe (C) aux points d'abscisses respectives $\frac{1}{e}$ et e

a. En utilisant le graphique, Montrer que f réalise une bijection de $[\frac{1}{e}; e]$ sur [-2 ;2].

On note f^{-1} la fonction réciproque de f et (C') la courbe représentative de f^{-1}dans le repère (O,i ,j)

b. Tracer la courbe (C') et les demi-tangentes à (C') aux points d'abscisses respectives -2 et 2

2./ Soit la suite (u_n) définie par :

$u_n = \int_1^e (lnx)^n dx$

a. Calculer a_1

b. Montrer, à l'aide d'une intégration

par parties, que pour tout entier n ≥ 1 :

$u_{n+1} = e - (n+1)u_n$

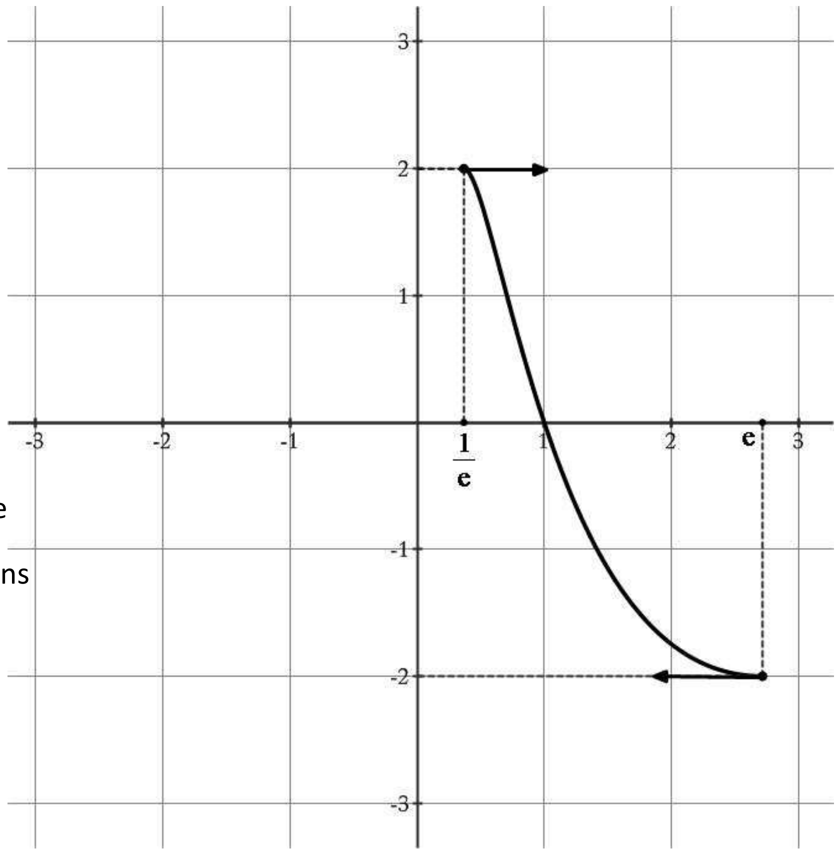
c. En déduire que $u_3 = 6 - 2e$

3) Soit A l'aire de la partie du plan limitée

par la courbe (C') et les droites d'équations

y = 0, x= -2 et x = 0 .

Calculer$\int_1^e f(x)dx$.   En déduire A



❖ Exercice 2 :

Soit la suite (I_n) définie sur I^* par I_n = $\int_0^1 (1-x)^n e^x dx$.

1./a. Calculer I_1

b. Par une intégration par partie montrer que : $I_{n+1} = (n+1)I_n - 1$

c. En déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de de f définie par f(x) = $(1-x)^2 e^x$,

l'axe des abscisses et les droites d'équation x= 0 et x = 1.

2./a. Monter que pour tout x de [0,1] on a : $0 \le (1-x)^n e^x \le (1-x)^n e$

b. En déduire que : $0 \le I_n \le \frac{e}{n+1}$

c. Calculer la limite de (I_n).

❖ Exercice n°3:

I)Soit g la fonction définie sur$]0\,;+\infty[$ par $g(x)=x^3-1+2\ln x$.

1)dresser le tableau de variation de g

2) Calculer $g(1)$. En déduire le signe de g sur $]0\,;+\infty[$

II)On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x)=x-1-\frac{lnx}{x^2}$.

On appelle (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
(Unités : 3 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.)

1)a)Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x-1$ est asymptote oblique à (C).

c)Y a-t-il une autre asymptote à (C) ? Si oui, donner son équation.

2)a) Calculer les coordonnées du point d'intersection entre l'asymptote (D) et la courbe (C).

b) Etudier la position de la courbe (C) par rapport à la droite (D).

3) a) Montrer que pour tout x strictement positif : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

b)En déduire pour tout x strictement positif le tableau de variation de f

4) Tracer dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ la courbe (C) et la droite (D).

5)a) Montrer que la fonction $\mathcal{H}$ définie par : $\mathcal{H}(x)=\dfrac{-1}{x}(1+\ln x)$ est une primitive de la fonction h définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $h(x)=\frac{\ln x}{x^2}$.

b) Soit $\mathcal{A}$ lair de domaine du plan limité par (D), (C) et les droites d'équation $x=1$ et $x=\sqrt{\mathrm{e}}$. Calculer en

cm^2 la valeur exacte de $\mathcal{A}$

❖ Exercice n°4:

L'espace est muni d'un repère orthonormé (O,i,j,k). On considère l'ensemble

S : {M(x,y,z)/ $x^2+y^2+z^2$ -4x+2y+6z-11=0} et les points A(2,3,0) , B(6,2,-3) , C(-2,-1,0) et D(2,0,1).

1°. Montrer que S est une sphère de centre I(2,-1,-3) et de rayon R = 5.

2°. a.) Déterminer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b.) En déduire que A, B et C ne sont pas alignés.

c.) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P passant par A, B et C est : P : 3x-3y+5y+3=0

3°. a.) Déterminer la position relative de S et P.

b.) Calculer l'aire du triangle ABC.

c.)Vérifier que D$\notin$ (ABC) et déterminer le volume de ABCD.

d.) En déduire d(D,P)