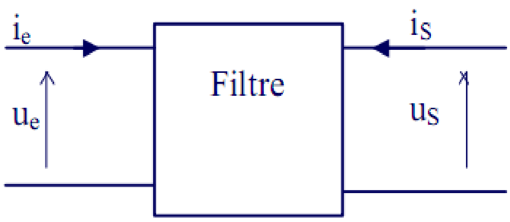
I/ Introduction

1-Définition d'un filtre

Un filtre est un circuit électronique (quadripôle) qui réalise une opération de traitement du signal. Autrement dit, il atténue certaines composantes d'un signal et en laisse passer d'autres.

Il existe plusieurs types de filtres, mais les filtres qui figurent dans le programme sont :

filtre passe-bas passif (RC)
filtre passe-bas actif (RC avec AOP)
filtre passe-haut (CR)
filtre passe-bande (R,L,C)



Schéma

u_e : tension d'entrée
u_s : tension de sortie
i_e : courant d'entrée
i_s : courant de sortie

2- Types de filtres

Voici la caractéristique des trois différents types de filtres :

***filtre passe-haut** : Il ne laisse passer que les fréquences au-dessus d'une fréquence déterminée, appelée "*fréquence de coupure*". Il atténue les autres (les basses fréquences). Autrement dit, il «laisse passer ce qui est haut». C'est un atténuateur de graves pour un signal audio. On pourrait aussi l'appeler coupe-bas.

***filtre passe-bas** : Il ne laisse passer que les fréquences au-dessous de sa *fréquence de coupure*. C'est un atténuateur d'aiguës pour un signal audio. On pourrait l'appeler coupe-haut.

***filtre passe-bande** : Il ne laisse passer qu'une certaine bande de fréquences et atténue tout ce qui est au-dessus ou en-dessous de cette bande. Il est très utilisé dans les récepteurs radio, tv…

3- **transmittance** ou **fonction de transfert**

La transmittance du filtre notée **T** tel que $\mathbf{T} = \dfrac{\mathbf{U_{sm}}}{\mathbf{U_{em}}}$ (T est sans unité).

4- Le gain du filtre

Le gain lié à T par la relation $G=20\log(T)$ (**G** s'exprime en décibel (**dB**))

5-Bande passante et fréquence de coupure d'un filtre

La transmittance passe par un maximum T_{max} qui lui correspond un gain G_{max} .

Le filtre est passant (signal d'entrée transmis en sortie) lorsque sa transmittance est

$T \geq \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$ donc lorsque son gain $G \geq G_{max} - 3$ dB

Cette valeur de T ou de G est atteinte dans la cas d'un filtre passe bande pour deux fréquences N_1 et N_2 , appelées fréquences de coupure N_{Cb} et N_{Ch} (l'une haute l'autre basse) $T(N_c)= \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$

On appelle bande passante du filtre passe bande l'intervalle de fréquences [N_1 , N_2] pour lequel on a $T \geq \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$ et $G \geq G_{max} - 3$ dB

La largeur de la bande passante est donnée par la différence $N_2 - N_1$ des fréquences de coupures. ($N_2 > N_1$)

Plus la bande passante est étroite plus le filtre est dit sélectif

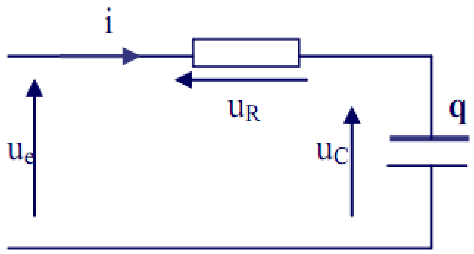
Dans le cas d'un filtre passe bas $T \geq \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$ pour $N \leq N_C$

Dans le cas d'un filtre passe haut $T \geq \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$ pour $N \geq N_C$

II/ Etude de quelque filtres

1-Filtre passe-bas passif

a- Equation différentielle



$$RC.\frac{du_s}{dt} + u_s = u_e = U_{emax}.\sin(wt+\varphi_e)$$

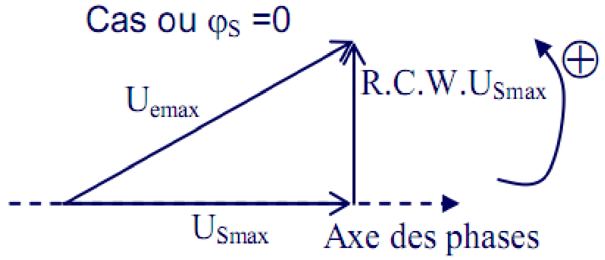
Solution de l'équation : $u_s = U_{smax}.\sin(wt+\varphi_s)$

b- Expression de u_{Smax}

A partir de la représentation de Fresnel

$\frac{du_s}{dt}$ est en avance de phase de $\frac{\pi}{2}$ sur u_s

u_e est toujours en avance de phase sur u_s



$$U_{Smax} = \frac{U_{emax}}{\sqrt{1+(R.C.W)^2}} \text{ avec } w = 2\pi N$$

$tg(\varphi_e - \varphi_s) = R.C.W = 2\pi N.R.C$

c- La transmittance du filtre

$$T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1+(R.C.W)^2}}$$ La valeur maximale de cette transmittance est $T_{max} = 1$

Ceci est lorsque w tend vers zéro c'est pourquoi il est dit filtre passe bas.

d- Le gain du filtre

$$G = 20\log(T) = 20.\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+(R.C.W)^2}}\right) = -10.\log(1+(R.C.W)^2)$$ et le gain maximal est $G_{max} = 0$ dB

e- La fréquence de coupure N_C.

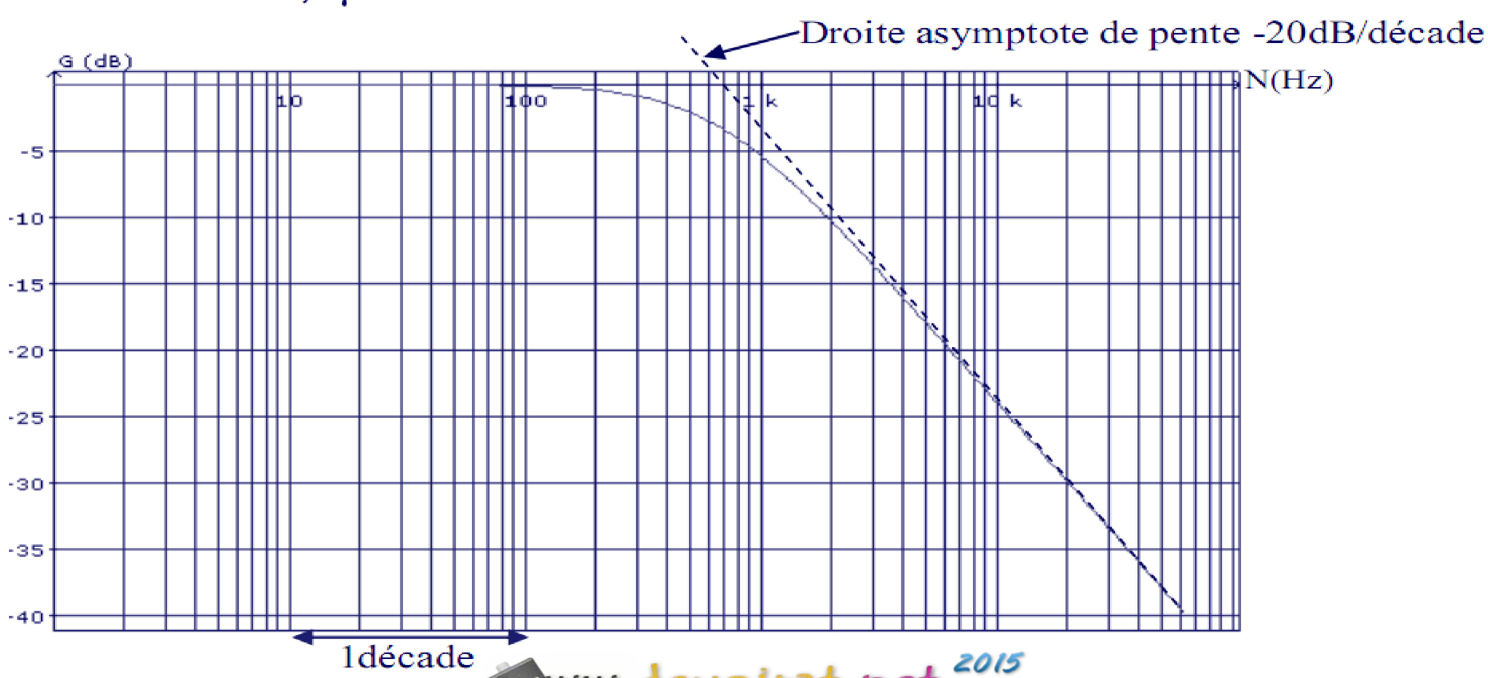
Lorsque la fréquence de la tension d'entrée est $N = N_C$, la transmittance de ce filtre est

$$T(N_c) = \frac{T_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow G = G_{max} - 3 \text{ dB. On trouve } \frac{1}{\sqrt{1+(R.C.2.\pi.N_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow N_C = \frac{1}{2.\pi.R.C}$$

Remarque : Lorsque $N = N_C$, on a $tg(\varphi_e - \varphi_s) = 2\pi N_C.R.C = 1 \Rightarrow (\varphi_e - \varphi_s) = \frac{\pi}{4}$ et $U_{Smax} = \frac{U_{emax}}{\sqrt{2}}$

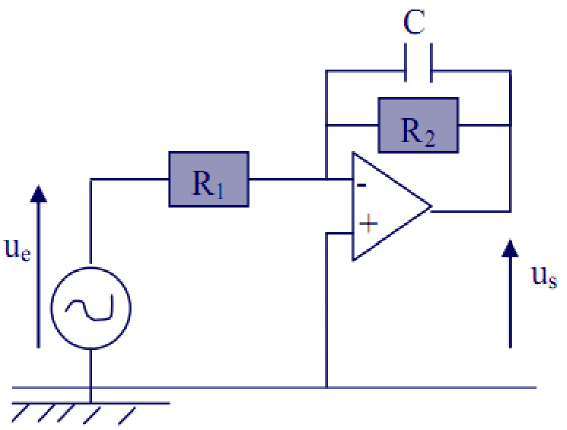
On peut déterminer graphiquement la fréquence de coupure en traçant la droite asymptote à la courbe du gain. L'intersection de cette droite avec l'axe de fréquence nous donne la fréquence de coupure du filtre

Exemple : de courbe du gain d'un filtre passe bas passif
R =500Ω et C = 0,5 µF



2-Filtre passe-bas actif

a- Equation différentielle



$$R_2.C.\frac{du_s}{dt} + u_S = -\frac{R_2}{R_1}\,u_e = -\frac{R_2}{R_1}.U_{emax}.\sin(wt+\varphi_e)$$

Solution de l'équation : $u_S = U_{smax}.\sin(wt+\varphi_S)$

b- Expression de u_{Smax}

A partir de la représentation de Fresnel

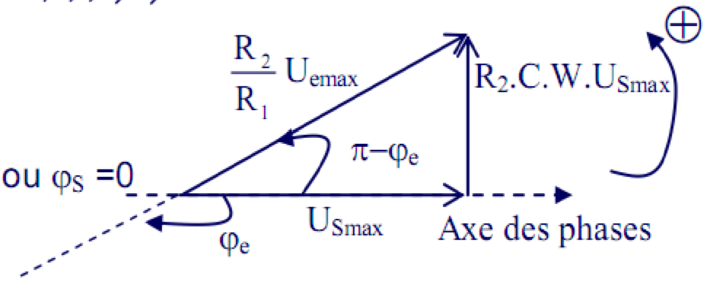
$\frac{du_s}{dt}$ est en avance de phase de $\frac{\pi}{2}$ sur u_S

u_e est toujours en retard de phase sur u_S

$$U_{Smax} = \frac{R_2.U_{emax}}{R_1.\sqrt{1+(R.C.W)^2}} \text{ avec } w = 2\pi N$$

$tg(\pi-\varphi_S-\varphi_e) = R_2.C.W = 2\pi N.R_2.C$

Cas ou $\varphi_S = 0$



c- La transmittance du filtre

$$T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{R_2}{R_1.\sqrt{1+(R_2.C.W)^2}}$$ La valeur maximale de cette transmittance est $T_{max} = \frac{R_2}{R_1}$

Ceci est lorsque w tend vers zéro c'est pourquoi il est dit filtre passe bas.

d- Le gain du filtre

$$G=20\log(T) = 20.\log\left(\frac{R_2}{R_1.\sqrt{1+(R_2.C.W)^2}}\right)$$; le gain maximal est $G_{max} = 20.\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$G_{max} > 0$ Si $\frac{R_2}{R_1} > 1 \Rightarrow R_2 > R_1$; $G_{max} < 0$ Si $\frac{R_2}{R_1} < 1 \Rightarrow R_2 < R_1$ et $G_{max} = 0$ Si $\frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow R_2 = R_1$

On remarque bien que le gain maximal est indépendant de la capacité C du condensateur

e- La fréquence de coupure N_C.

Lorsque la fréquence de la tension d'entrée est $N = N_C$, la transmittance de ce filtre est

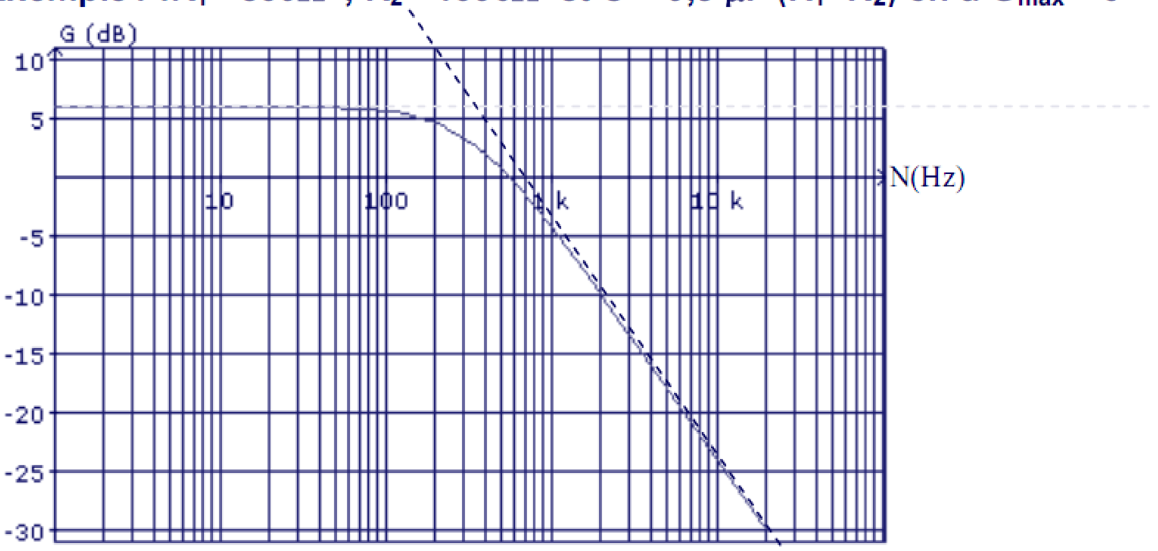
$$T(N_c) = \frac{T_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow G = G_{max} - 3\text{ dB. On trouve } \frac{R_2}{R_1.\sqrt{1+(R_2.C.2.\pi.N_C)^2}} = \frac{R_2}{R_1.\sqrt{2}} \Rightarrow N_C = \frac{1}{2.\pi.R_2.C}$$

On remarque bien que la fréquence de coupure N_C est indépendante de la résistance R_1

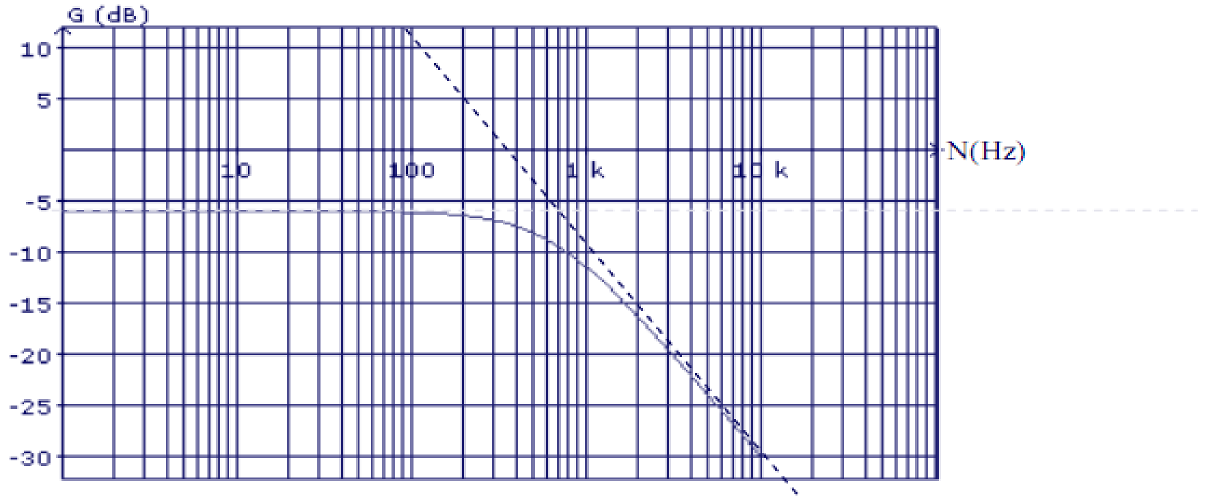
Exemple : de courbe du gain d'un filtre passe bas actif

On peut déterminer graphiquement la fréquence de coupure en traçant la droite asymptote à la courbe du gain. L'intersection de cette droite avec la droite horizontale G= G_{max} nous donne la fréquence de coupure du filtre

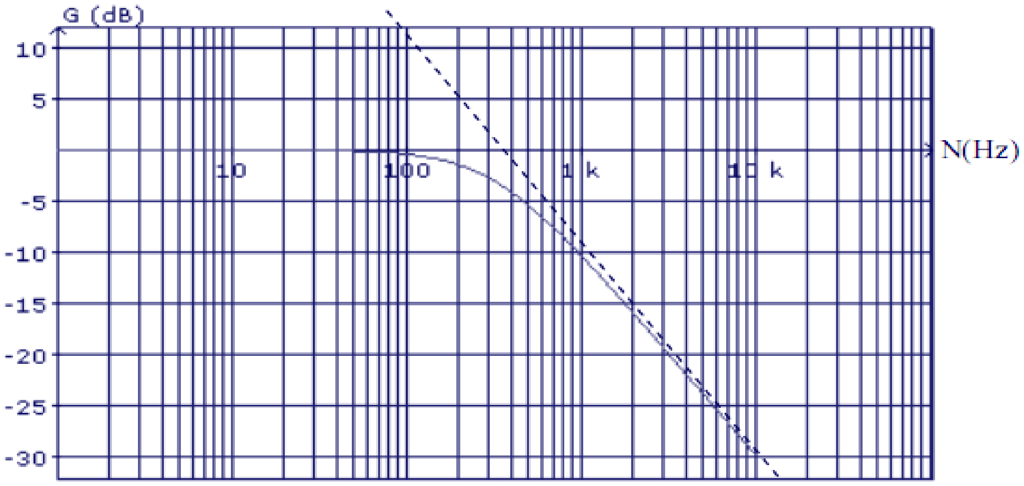
Exemple1 : $R_1 = 500\Omega$, $R_2 = 1000\Omega$ et $C = 0,5\ \mu F$ ($R_1 < R_2$) on a $G_{max} > 0$



Exemple2 : Pour R_1 =1000 Ω, R_2 =500Ω et C = 0,5 µF (R_1>R_2) on a G_{max}<0 et Nc est la même

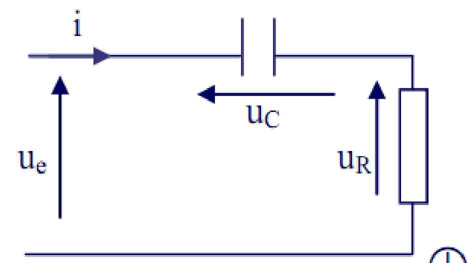


Exemple3 : Pour R_1 = R_2 =1000 Ω et C = 0,5 µF (R_1>R_2) on a G_{max}= 0



3-Filtre passe-haut

a- Equation différentielle



$$u_s + \frac{1}{RC}\cdot\int u_s dt = u_e = U_{emax}.\sin(wt+\varphi_e)$$

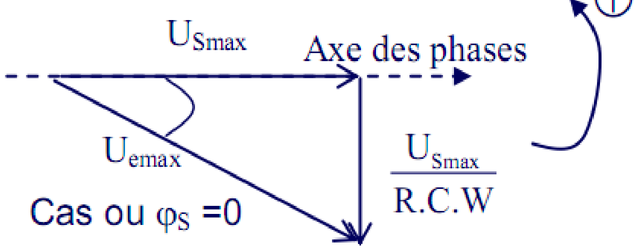
Solution de l'équation : $u_s = U_{smax}.\sin(wt+\varphi_s)$

b- Expression de u_{Smax}

A partir de la représentation de Fresnel

$\int u_s dt$ est en retard de phase de $\frac{\pi}{2}$ sur u_s

u_e est toujours en retard de phase sur u_s



$$U_{Smax} = \frac{U_{emax}}{\sqrt{1+(\frac{1}{R.C.W})^2}} \text{ avec } w = 2\pi N$$

$$tg(\varphi_s - \varphi_e) = \frac{1}{R.C.W} = \frac{1}{2.\pi.R.C.N}$$

c- La transmittance du filtre

$$T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{1}{R.C.W})^2}}$$ La valeur maximale de cette transmittance est T_{max} = 1

Ceci est lorsque w est très grande c'est pourquoi il est dit filtre passe haut

d- Le gain du filtre

$G = 20\log(T) = 20.\log\left(\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{R.C.W}\right)^2}}\right) = -10.\log\left(1+\left(\dfrac{1}{R.C.W}\right)^2\right)$ et le gain maximal est $G_{max} = 0$ dB

e- La fréquence de coupure N_C.

Lorsque la fréquence de la tension d'entrée est $N = N_C$, la transmittance de ce filtre est

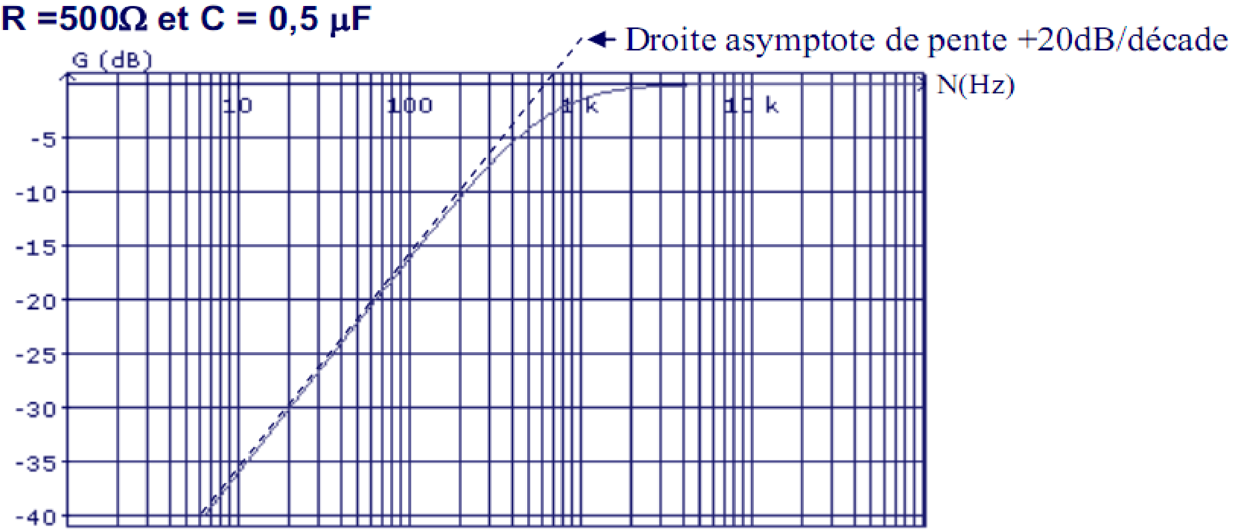
$T(N_c) = \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow G = G_{max} - 3$ dB. On trouve $\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{R.C.2.\pi.N_C}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow N_C = \dfrac{1}{2.\pi.R.C}$

Remarque : Lorsque $N = N_C$, on a $tg(\varphi_s - \varphi_e) = \dfrac{1}{2.\pi.R.C.N_C} = 1 \Rightarrow (\varphi_s - \varphi_e) = \dfrac{\pi}{4}$ et $U_{Smax} = \dfrac{U_{emax}}{\sqrt{2}}$

On peut déterminer graphiquement la fréquence de coupure en traçant la droite asymptote(oblique) à la courbe du gain. L'intersection de cette droite avec l'axe de fréquence nous donne la fréquence de coupure du filtre

Exemple : de courbe du gain d'un filtre passe haut

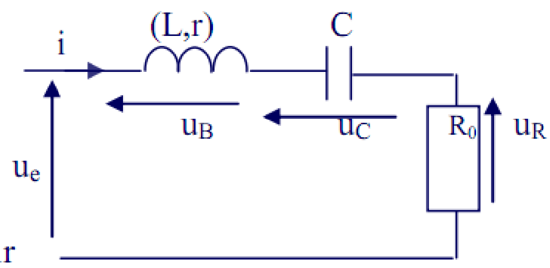
R =500Ω et C = 0,5 µF



1-Filtre passe- bande

a- Equation différentielle

$$\frac{L}{R_0}\frac{du_s}{dt} + \left(1+\frac{r}{R_0}\right)\cdot u_s + \frac{1}{R_0C}\cdot\int u_s dt = u_e = U_{emax}.\sin(wt+\varphi_e)$$



Solution de l'équation : $u_s = U_{smax}.\sin(wt+\varphi_s)$

b- Expression de u_{Smax}

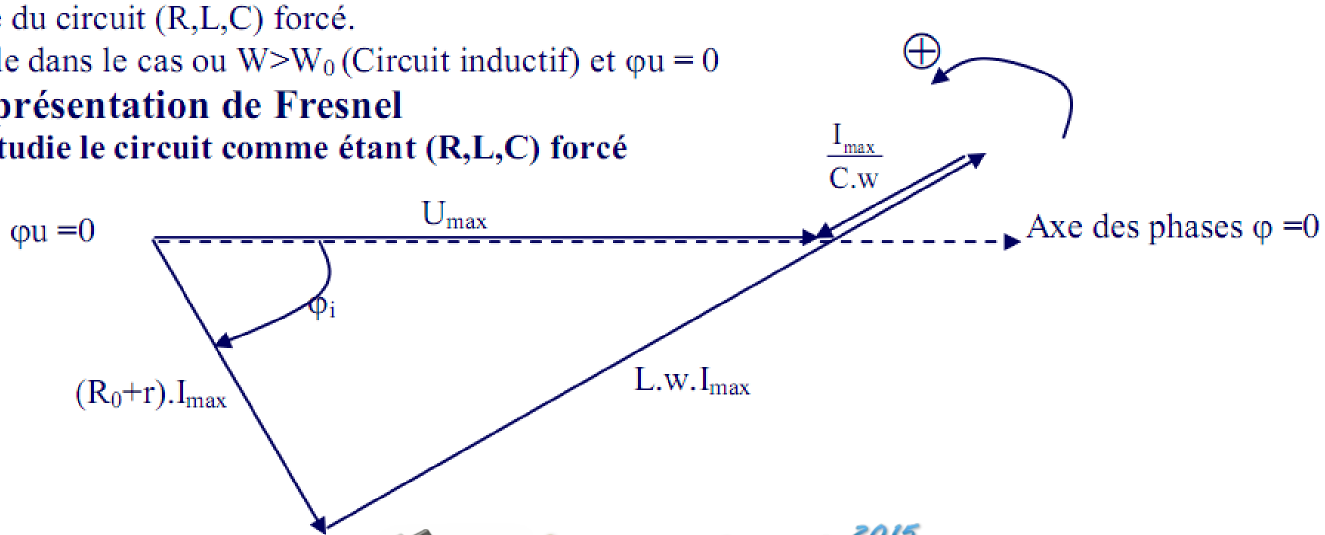
A partir de la représentation de Fresnel

On peut déduire la représentation de Fresnel relative au filtre à partir de celle du circuit (R,L,C) forcé.

Exemple dans le cas ou $W>W_0$ (Circuit inductif) et $\varphi u = 0$

La représentation de Fresnel

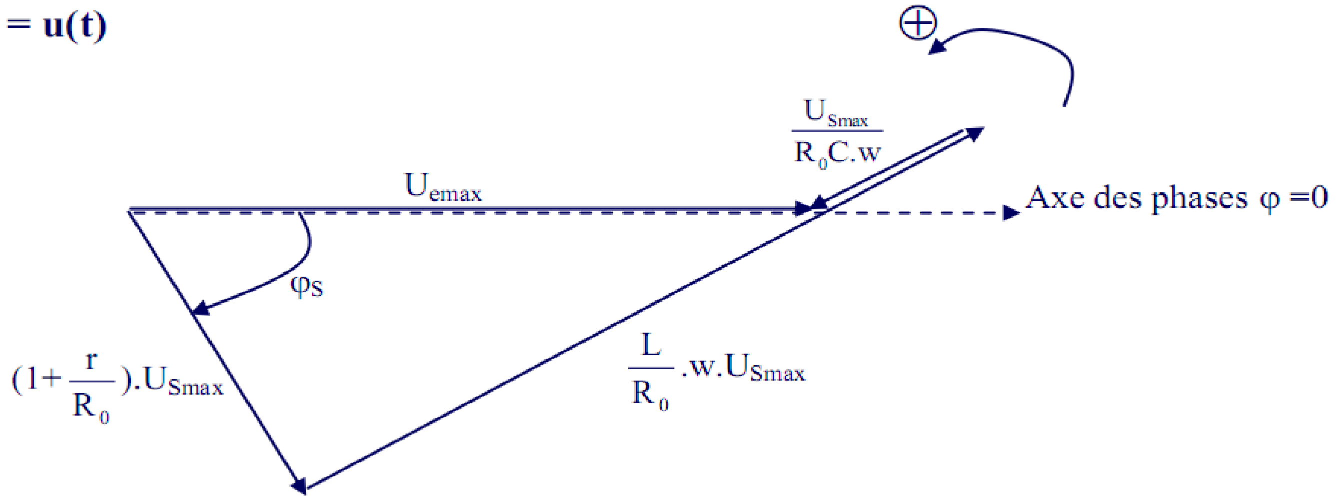
Si on étudie le circuit comme étant (R,L,C) forcé



$I_{max} = \dfrac{U_{max}}{\sqrt{(R_0+r)^2+(Lw-\dfrac{1}{Cw})^2}}$ et U_{Rmax} = = $R_0.Imax = \dfrac{R_0.U_{max}}{Z} = \dfrac{R_0.U_{max}}{\sqrt{(R_0+r)^2+(Lw-\dfrac{1}{Cw})^2}}$

Si on étudie le circuit (R,L,C)comme étant un filtre ou $u_s = u_R$ ($U_{smax} = R_0.Imax \Rightarrow Imax = \dfrac{u_{smax}}{R_0}$)

$u_e(t) = u(t)$



$$U_{Smax} = \frac{R_0.U_{emax}}{\sqrt{(R_0+r)^2+(Lw-\dfrac{1}{Cw})^2}}$$

c- La transmittance du filtre

$T = \dfrac{U_{sm}}{U_{em}} = \dfrac{R_0}{\sqrt{(R_0+r)^2+(Lw-\dfrac{1}{Cw})^2}}$ La valeur maximale de cette transmittance est $\mathbf{T_{max}}$

d- Le gain du filtre

$G = 20\log(T)$ = 20.log($\dfrac{R_0}{\sqrt{(R_0+r)^2+(Lw-\dfrac{1}{Cw})^2}}$)et le gain maximal est $G_{max} \leq 0$ dB

e- La bande passante du filtre

La transmittance passe par un maximum T_{max} qui lui correspond un gain G_{max} .
Le filtre est passant (signal d'entrée transmis en sortie) lorsque sa transmittance est $T \geq \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$ donc lorsque son gain $G \geq G_{max} - 3$ dB

Cette valeur de T ou de G est atteinte dans la cas d'un filtre passe bande pour deux fréquences N_1 et N_2 , appelées fréquences de coupure N_{Cb} et N_{Ch} (l'une haute l'autre basse) $T(N_c) = \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$

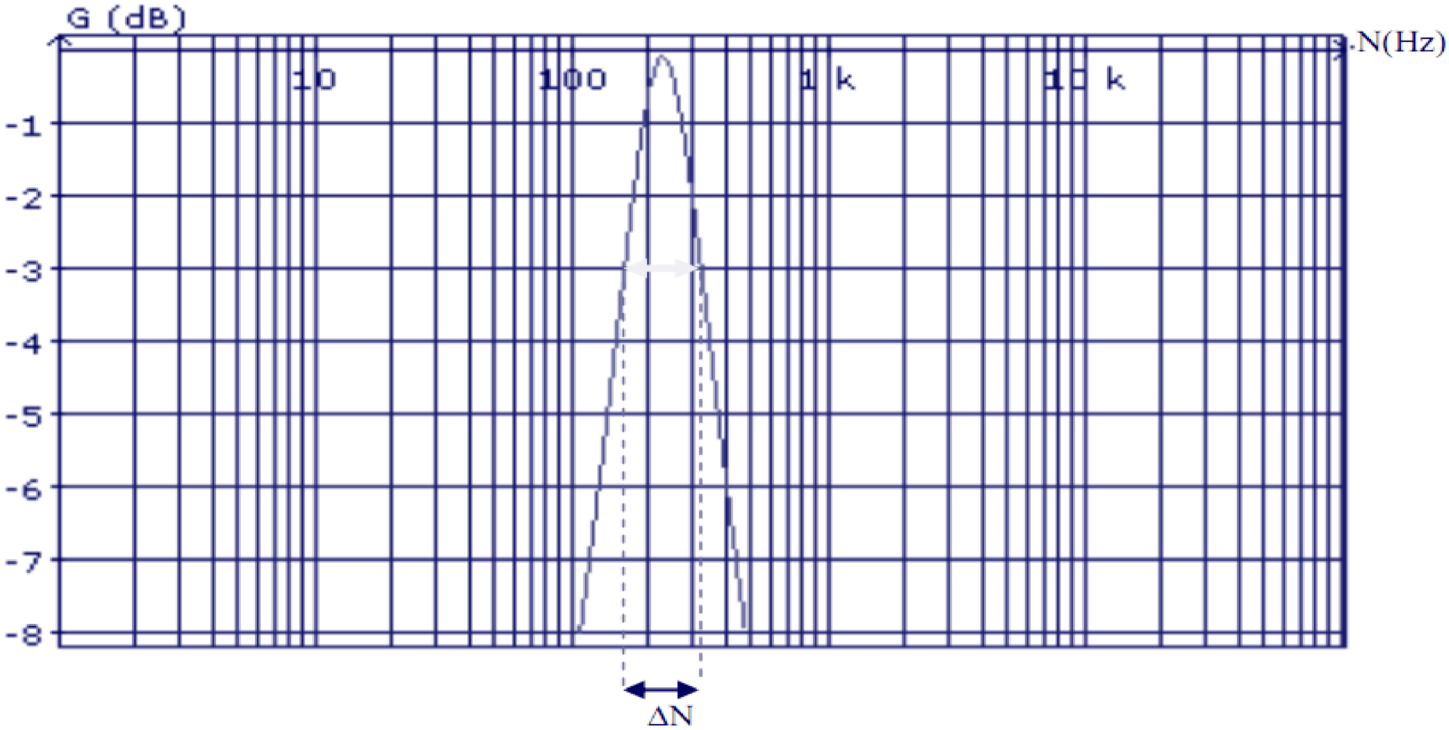
On appelle bande passante du filtre passe bande l'intervalle de fréquences [N_1 , N_2] pour lequel on a $T \geq \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}}$ et $G \geq G_{max} - 3$ dB

La largeur de la bande passante est donnée par la différence $N_2 - N_1$ des fréquences de coupures. ($N_2 > N_1$)

On a

$$N_2 - N_1 = \frac{(R_0+r)}{2.\pi.L}$$

Exemple : de courbe du gain d'un filtre passe bande
$R_0 = 500\Omega$, $r = 10\Omega$, $L = 1$ H et $C = 0{,}5\ \mu F$



ΔN est la largeur de la bande passante

Exercice N°1:

A l'entrée d'un filtre représenté sur la figure -1-, on applique une tension sinusoïdale de fréquence réglable fixée à une valeur N_1 et dont la variation au cours du temps est représentée sur la figure-2-

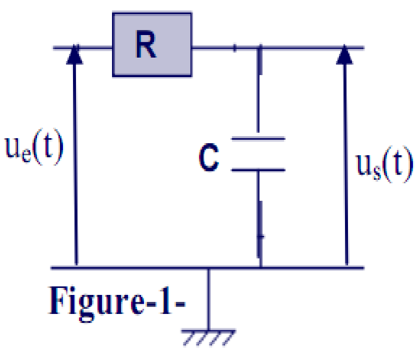


Figure-1-

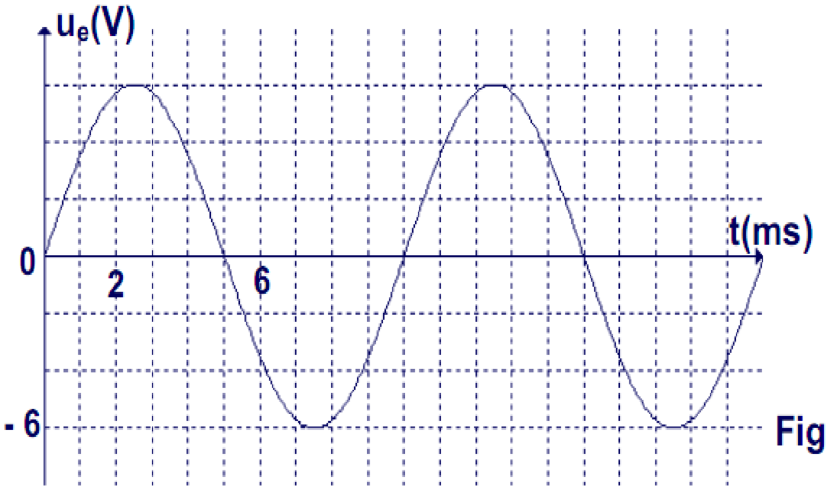


Figure-2-

1-a-Déterminer la valeur maximale U_{em} et la fréquence N_1 de la tension d'entrée u_e

b- Donner la loi horaire de $u_e(t)$

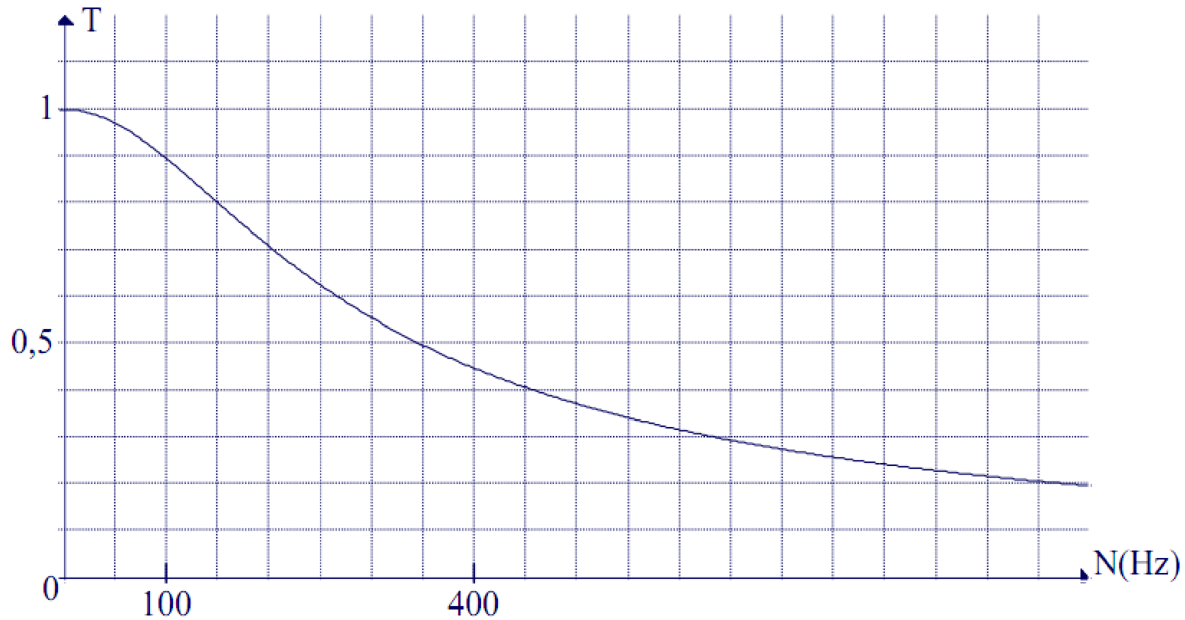
2-Etablir l'équation différentielle relative à la tension de sortie $u_s(t)$.

3-a- Faire la construction de Fresnel correspondante.

b- Déduire à partir de cette construction

- L'expression de la valeur maximale U_{sm} de la tension de sortie $u_s(t)$.
- L'expression de la fonction de transfert (T) de ce filtre.

4- On fixe la valeur maximale U_{em} de la tension d'entrée à la valeur 6V et on fait varier sa fréquence N. On note à chaque fois, la tension maximale de sortie et la transmittance du filtre.
Les mesures nous ont permis de tracer la courbe T=f(N) qui représente la variation de la transmittance T en fonction de la fréquence N de la tension d'entrée.(Figure-3-)



a- Déterminer la transmittance du filtre lorsque N = N_1 et déduire dans ce cas U_{SM} et le déphasage entre la tension d'entrée et la tension de sortie

b- Calculer lorsque N = N_1, le gain G de ce filtre

c- Déterminer graphiquement la fréquence de coupure et déduire la résistance R.

On donne C = 1µF

Exercice N°2

On réalise avec un amplificateur opérationnel supposé idéal et deux résistors de résistance R_1 et **R_2 = 1 kΩ** et un condensateur de capacité C comme l'indique la figure-1-

A l'entrée du filtre, est appliquée une tension sinusoïdale délivrée par un générateur B.F d'amplitude U_{emax} fixe et de fréquence N réglable

1-a-Donner la relation entre i_1, i_2 et i_c

b- Etablir l'équation différentielle relative à la tension de sortie $u_s(t)$.

2-Sachant que $u_s(t) = U_{smax}\sin(2\pi Nt+\varphi_s)$ est solution de l'équation différentielle avec

$$U_{smax} = \frac{R_2.U_{emax}}{R_1.\sqrt{1+(2\pi.R_2.C.N)^2}}$$

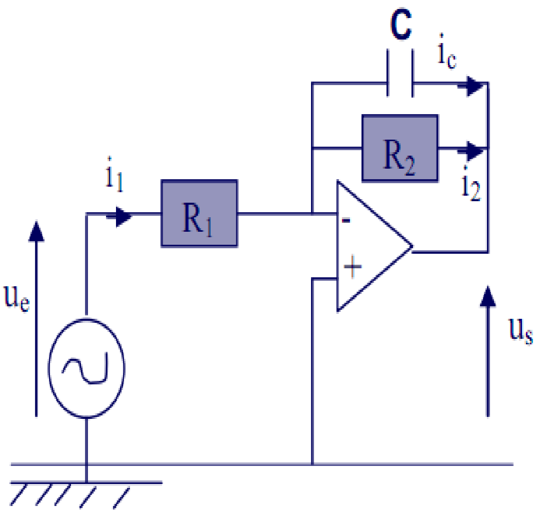


Figure-1-

a- S'agit-il d'un filtre actif ou un filtre passif ? Justifier

b- S'agit-il d'un filtre passe bas, passe bande ou passe haut ? Justifier

3-a-Donner en fonction de la fréquence N, l'expression de la transmittance T du filtre et déduire l'expression de son gain G

b- Déduire que le gain maximal noté G_0 est indépendant de la capacité C du condensateur

c- Etablir l'expression de la fréquence de coupure notée N_c

4-Un dispositif approprié nous a permis de tracer la courbe de la figure-2- qui représente la variation du gain G du filtre en fonction de la fréquence N de la tension d'entrée

a- Déterminer le gain maximal G_0 du filtre et déduire la résistance R_1

b- Déterminer graphiquement la fréquence de coupure N_C et déduire la capacité C du condensateur.

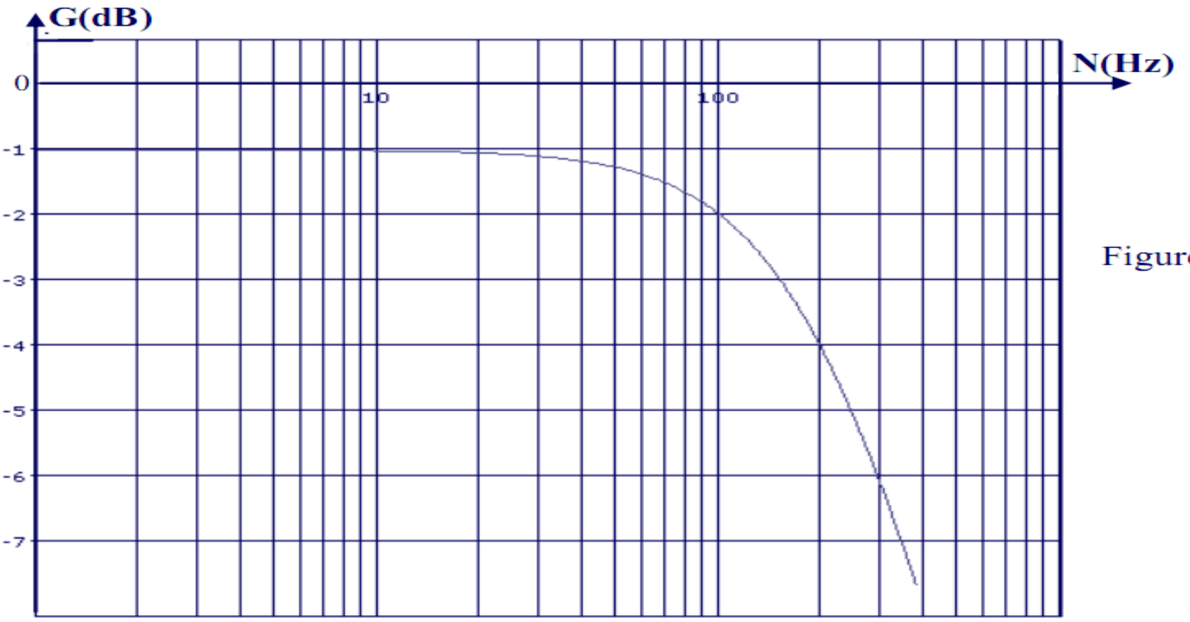


Figure-2-

Exercice n°3

On constitue un circuit (R,L,C) en reliant en série une bobine d'inductance L et de résistance r, un condensateur de capacité C et un résistor de résistance R_0=90 Ω, l'ensemble étant soumis à une tension sinusoïdale u(t)= $U_M.\sin(2\pi Nt)$ fournie par un G.B.F comme l'indique le schéma (a).

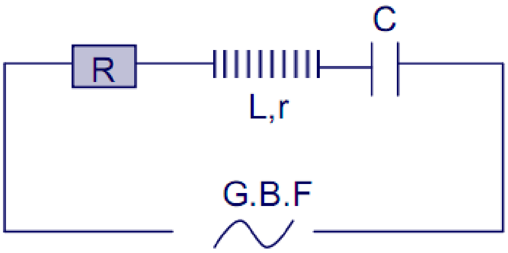
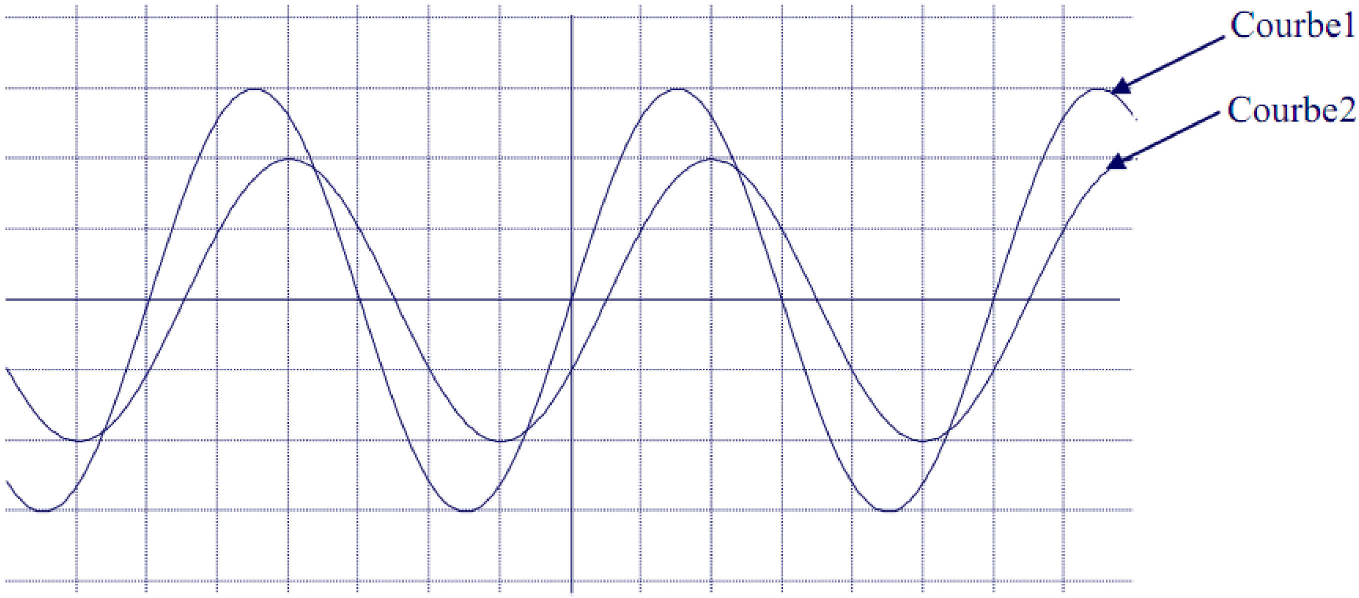


Schéma (a)

1-Faire les branchements nécessaires pour visualiser les tensions $u_R(t)$ et u(t) aux bornes du résistor et aux bornes du G.B.F

2-Sur l'écran d'un oscilloscope on voit l'oscillogramme de la figure 1.



Sensibilité verticale pour les deux voies : 2V/div et base de temps 1ms/div

a- Quelle est la courbe qui représente la variation de u(t).

b- Déduire la nature du circuit.

c- Donner les expression en fonction du temps de u(t) et de $u_R(t)$.

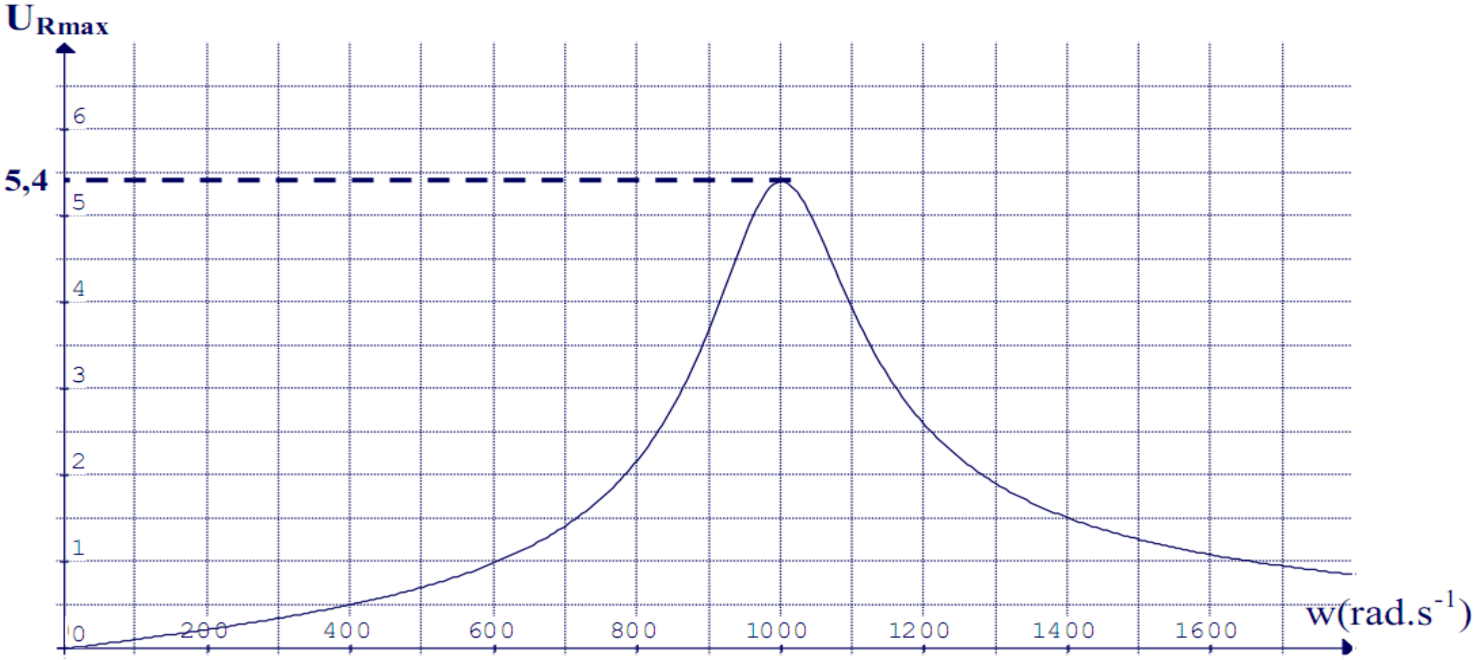
d- Déterminer la tension aux bornes du condensateur

e- Déterminer l'intensité du courant indiquée par un ampèremètre branché en série dans le circuit.

b- Déduire la nature du circuit.
c- Donner les expression en fonction du temps de u(t) et de $u_R(t)$.
d- Déterminer la tension aux bornes du condensateur
e- Déterminer l'intensité du courant indiquée par un ampèremètre branché en série dans le circuit.

3-a- De quelle courbe pourrait-on déduire l'intensité du courant ? Justifier votre réponse.
b- En examinant l'oscillogramme, déterminer :
- la valeur maximale de la tension u(t)
- la période T, la fréquence N et la pulsation w de la tension excitatrice

4- On fait varier la pulsation en maintenant constante la tension maximale fournie par le G.B.F.(la valeur trouvée dans2/b) on a pu tracer la courbe ci-dessous qui représente la variation de $u_R(t)$ en fonction de la pulsation w du GBF.



a- Déterminer à partir de cette courbe, la pulsation propre du circuit (R,L,C) et la valeur maximale de l'intensité maximale du courant à la résonance d'intensité.
b- Montrer que la résistance de la bobine est r = 10 Ω.

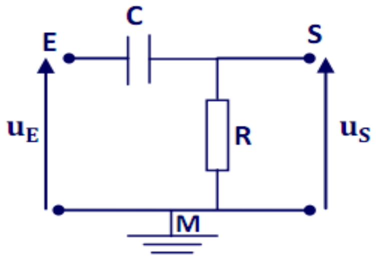
5- Le circuit (R,L,C) est utilisé comme un filtre dont la tension d'entrée est celle du GBF **dont la valeur maximale reste 6V** et la tension de sortie est $u_R(t)$.
a- Compléter le tableau suivant.

w(rad.s^{-1})	600	1000	1400
U_{smax}(V)			
Transmittance $T=\frac{U_{Smax}}{U_{emax}}$			

b- Quelle est la nature de ce filtre ? Justifier ?
c- Sachant que la relation entre la largeur ΔN de la bande passante et du facteur de qualité Q du circuit (R,L,C) est $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{w_0}{\Delta w}$ (N_0 et w_0 sont respectivement la fréquence et la pulsation propre du circuit)
*Déterminer graphiquement Δw et déduire le facteur de qualité Q
*Déterminer l'inductance L de la bobine et déduire la capacité C du condensateur

EXERCICE N° 4

A l'entrée du filtre (F) schématisé ci-contre, on applique une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_{Em}\sin(2\pi Nt)$ de valeur maximale U_{Em} constante, et de fréquence N réglable.
La tension de sortie du filtre est $u_S(t) = U_{Sm}\sin(2\pi Nt+\varphi)$.



Filtre (F)

A/ Etude théorique :

1) Quelle est la différence entre un filtre passe-bas et un filtre passe-haut ? (0,5 pt)

2) a- Etablir l'équation différentielle régissant la tension de sortie u_S du filtre (F). (0,5 pt)

b- En utilisant la construction de Fresnel associé à l'équation différentielle précédente, déterminer les expressions de la transmittance T du filtre (F). (1 pt)

c- En déduire que le gain du filtre s'écrit $G = -10\log\left(1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}\right)$ (0,5 pt)

d- Déterminer la valeur maximale G_0 du gain G du filtre. (0,25 pt)

3) a- Quelle condition doit satisfaire le gain G pour que le filtre soit passant ? (0,25 pt)

b- Montrer que la fréquence de coupure du filtre s'écrit : $N_C = \frac{1}{2\pi RC}$. (0,75 pt)

B/ Etude expérimentale :

Pour une tension maximale U_{Em} donnée, un dispositif approprié a permis de mesurer le gain du filtre en fonction de la fréquence, les résultats sont dressés dans le tableau suivant :

N(Hz)	10	100	500	1000	2000	5000	10000	20000	30000
G(dB)	-30	-16	-6	-3	-1	-0,3	-0,01	0	0

1) En exploitant les valeurs du tableau précédent, Déterminer en justifiant :

a- la valeur du gain maximal G_0. (0,25 pt)

- la valeur de la fréquence de coupure N_c. (0,25 pt)
- la bande passante du filtre ΔN de ce filtre. (0,25 pt)

b - En déduire la nature de ce filtre (actif ou passif, passe-bas ou passe-haut) ? (0,5 pt)

2- Sachant que $R=500\Omega$, Calculer la valeur de C. (0,5 pt)

2) On applique à l'entrée du filtre, deux signaux (S_1) et (S_2) de fréquences respectives : N_1=800 Hz et N_2=1200 Hz.

a- Préciser, en le justifiant, lequel des deux signaux est transmis. (0,5 pt)

b- On garde le condensateur précédent de capacité C, et on remplace le conducteur ohmique de résistance R par un autre de résistance R'=2R.

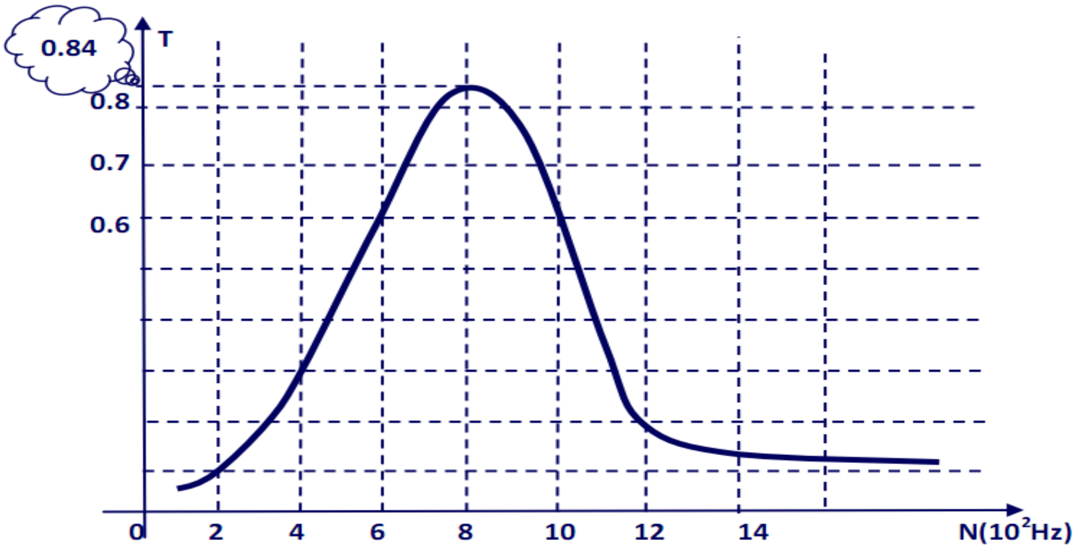
Justifier que les deux signaux (S_1) et (S_2) sont transmis. (1 pt)

EXERCICE N° 5

On prend $\pi^2=10$ et $\sqrt{2}=1.4$

I/ A l'entrée d'un filtre passif, formé par un condensateur de capacité C=1µF, une bobine supposée idéal d'inductance L et d'un résistor de résistance R, on applique une tension sinusoïdale de fréquence N variable donnée par : $u_E(t)= 2.\sin(2\pi Nt)$

La variation de la fonction de transfert T du filtre en fonction de la fréquence N de la tension d'entée est représentée sur la figure suivante :



1- Déterminer la valeur maximale T_0 de la fonction de transfert. Le filtrage est-il accompagné d'une amplification ou d'une atténuation ?

2- Déterminer la fréquence propre N_0 correspondante. Déduire la valeur de L.

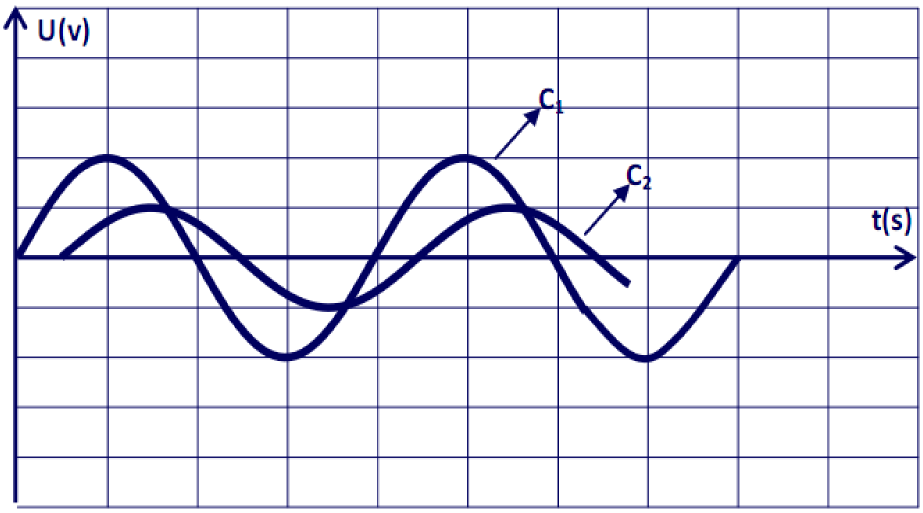
3- Déterminer la (ou les) fréquence(s) de coupure du filtre étudié.

4- Calculer :

a. la valeur de la bande passante du filtre de ΔN.

b. le facteur de qualité Q du filtre. Déduire la valeur de R.

II/ Un oscilloscope connecté au filtre permet de visualiser sa tension d'entrée $u_E(t)= 2.\sin(2\pi Nt)$ et sa tension de sortie. Pour une fréquence N_1, et avec un balayage vertical de 1V/div et un balayage horizontal de 2.10^{-4}s/div de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes donnés par la figure suivante :

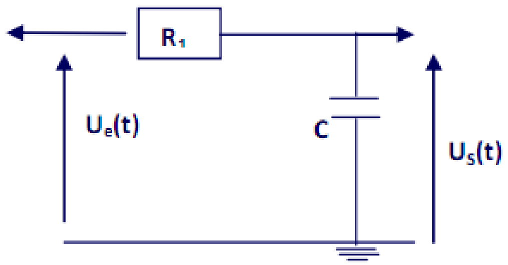


1- Identifier la courbe qui corresponde à $u_s(t)$.
2- Déterminer la fréquence N_1, la phase φ_s de la tension $u_s(t)$ et préciser la nature du circuit.
3- Pourquoi ce filtre est dit quadripôle linéaire.
4- Cette tension $u_e(t)$ est-elle atténuée par le filtre. Justifier.
5- Calculer le gain du filtre dans ce cas.
6- Sachant que $u_s(t)= U_{Sm}\sin(2\pi Nt + \varphi_s)$, faire la construction de Fresnel correspondante.
7- Déduire en fonction de R, C, L et N_1, les expressions :
   a- De la transmitance T de ce filtre.
   b- Du gain G de ce filtre.

III/ On remplace le résistor R par un autre R'=2R sans modifier les autres composants du circuit.
1- Indiquer si les grandeurs suivantes sont modifiées ou restent inchangées. Justifier :
   a- La fréquence $N_{0.}$
   b- Facteur de qualité Q.
2- Dire en le justifiant si le filtre devient plus et moins sélectif.

EXERCICE N° 6

A l'entrée d'un filtre RC schématisé par la figure ci-dessous, on applique une tension sinusoïdale $u_E(t)$ de fréquence N réglable : $u_E(t) = U_{Em}\sin(2\Pi Nt)$. On donne $C = 0{,}47\mu F$.



Etude théorique :

1) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension d'entrée $u_S(t)$.

2) Sachant que la tension de sortie s'écrit :

$u_S(t) = U_{Sm}\sin(2\Pi Nt + \varphi_S)$

a- Faire la construction de Fresnel correspondante et préciser l'axe des phases.

b- Etablir l'expression de la transmittance T du filtre et déduire celle du gain G.

c- Déterminer la bande passante en précisant, l'expression de la fréquence de coupure et la nature du filtre.

Etude expérimentale :

1) On fait varier la fréquence N et à l'aide d'un décibel mètre, on mesure à chaque fois le gain correspondant. On trace ainsi la courbe de réponse de la figure -2- de la page 4 à rendre avec la copie:

Déterminer graphiquement :

a- Le gain maximal G_0 et en déduire T_0

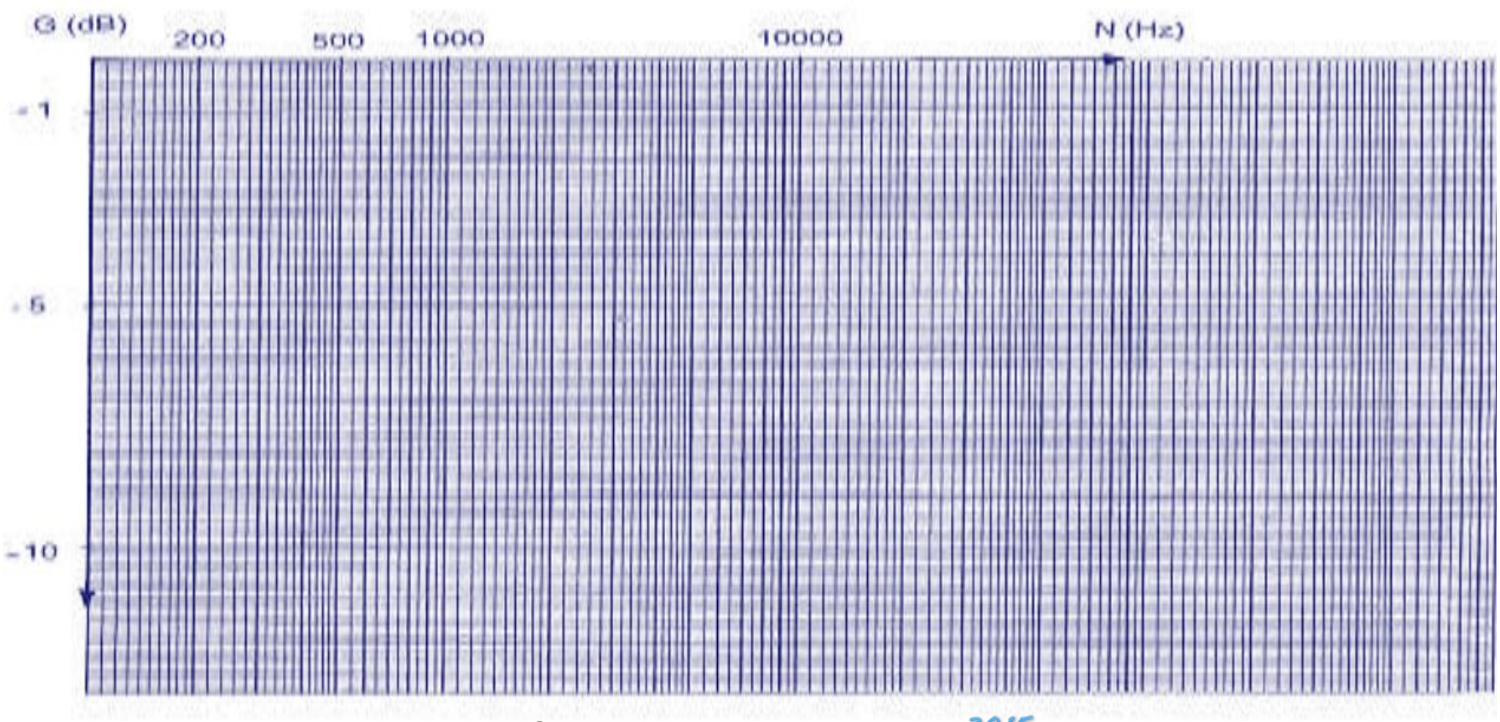
b- La fréquence de coupure haute N_C et déduire la valeur de R. (indiquer sur la figure la méthode utilisée).

2) pour la fréquence $N=N_h$, déterminer le déphasage de $u_S(t)$ par rapport à $u_E(t)$ et déduire φ_S.

3) Représenter approximativement, sur la même figure l'allure de la courbe de réponse pour un autre résistor de résistance $R_2>R_1$.

Tableau 1

Fréquence N (kHz)	1	1,5	2	2,5	3	4	6	10	15	20	40
U_{smax} (V)	2,0	2,8	3,4	3,9	4,3	4,9	5,4	5,8	5,9	5,9	6,0
T		0,47	0,57	0,65	0,72		0,90	0,97	0,98	0,98	1,0
G (dB)		-6,6	-4,9	– 3,7	– 2,9		– 0,92	– 0,26	– 0,18	-0,18	0,0



EXERCICE N° 7

A l'entrée d'un filtre représenté sur la figure -1-, on applique une tension alternative sinusoïdale de fréquence réglable N et dont la valeur maximale U_{emax} = 6V.L'amplificateur.Op est supposé idéal

1- S'agit-il d'un filtre actif ou passif? Justifier

2-Etablir l'équation différentielle relative à la tension de sortie $u_s(t)$.

3- On donne la construction de Fresnel relative à ce filtre.(Figure-2-)

On rappelle que la pulsation w = 2π.N

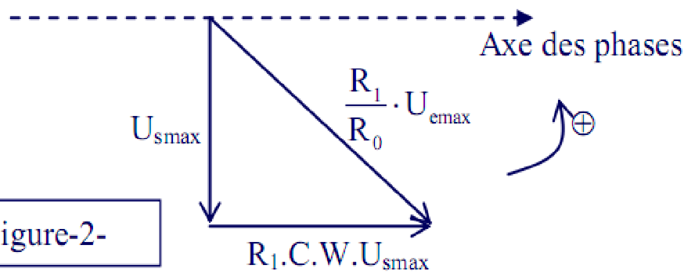


Figure-2-

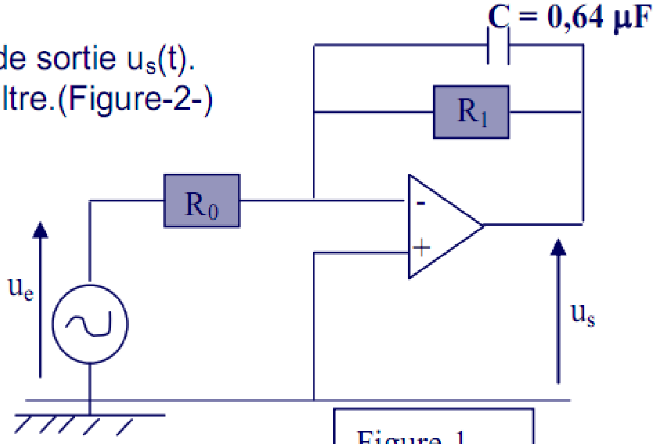


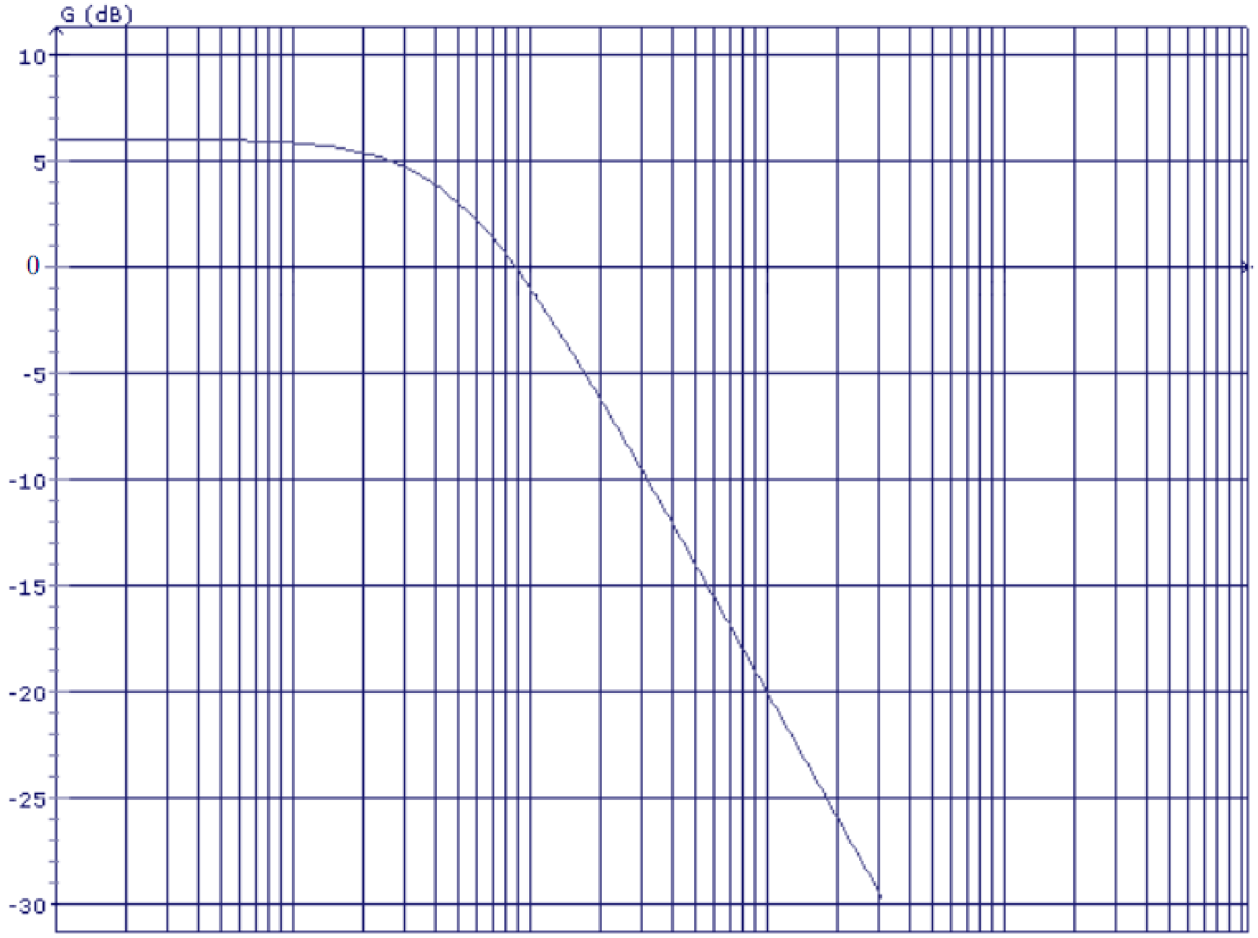
Figure-1-

Déduire à partir de cette construction :

a- L'expression de la valeur maximale U_{sm} de la tension de sortie $u_s(t)$.

b- Les expressions de la fonction de transfert (T) et du gain G de ce filtre.

4- La valeur maximale U_{em} de la tension d'entrée est fixée à 6V et on fait varier sa fréquence N. On note à chaque fois, la tension maximale de sortie et le gain du filtre. Les mesures nous ont permis de tracer la courbe G=f(N) qui représente la variation gain G en fonction de la fréquence N de la tension d'entrée.(Figure-3-)



a- Déterminer le gain maximal de ce filtre

b- Déterminer graphiquement la fréquence de coupure N_C de ce filtre et déduire la résistance R_1.

c- Donner l'expression du gain maximal. En déduire la résistance R_0.

5- Calculer la valeur maximale de us lorsque le gain s'annule.

Bon courage

CORRECTION

Exercice N°1:

1-a- U_{emax} = 6V et $N_1 = \frac{1}{T_1}$ avec T_1= 10 ms 10^{-2} s donc $N_1 = \frac{1}{10^{-2}}$ = 100 Hz.

b- $u_e(t) = U_{emax}.\sin(2\pi N_1 t+\varphi_e)$ avec U_{emax} = 6V et N_1 = 100Hz

Pour φ_e ? On a $U_{emax}(0) = U_{em}.\sin(\varphi_e) = 0 \Rightarrow \varphi_e = 0$ ou $\varphi_e = \pi$ or la courbe est ascendante à t=0 donc $\cos(\varphi_e)$ >0 et par suite $\varphi_e = 0$

On obtient alors $\mathbf{u_e(t) = 6.\sin(200\pi t)}$

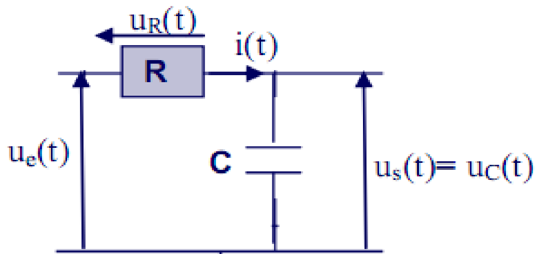


Figure-1-

2-L'équation différentielle

On peut utiliser La loi des mailles : $u_R + u_C - u_e = 0$

or $u_R = R.i = R_0.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{du_C}{dt}$ et $u_c = u_S$

Donc $\boxed{R.C.\frac{du_S}{dt} + u_S = u_e}$

La solution de l'équation différentielle est $u_S(t) = U_{smax}.\sin(w_1.t + \varphi_S)$ avec $w_1 = 2\pi N_1$

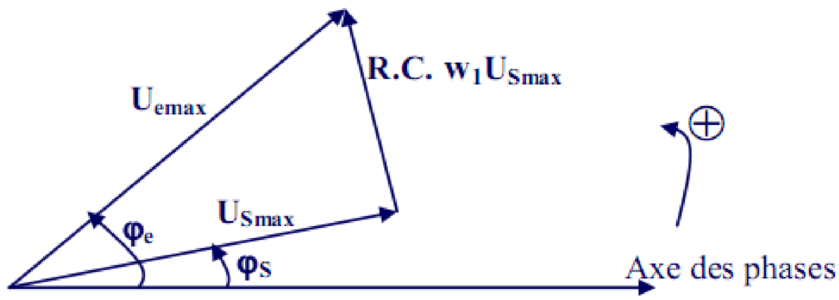
3-a- La représentation de Fresnel : $w_1 = 2\pi N_1$

$u_S(t) = U_{Smax}.\sin(w_1.t + \varphi_S) \Rightarrow \frac{du_S}{dt} = w_1.U_{Smax}.\cos(w_1.t + \varphi_S) = w_1.U_{Smax}.\sin(w_1.t + \varphi_S + \frac{\pi}{2})$

Pour $R.C.\frac{du_S}{dt} = R.C.w_1.U_{Smax}.\sin(w_1.t + \varphi_S + \frac{\pi}{2}) \longrightarrow \vec{V}_1 \begin{cases} RCw_1U_{Smax} \\ \varphi_S + \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Pour $u_S(t) = U_{Smax}.\sin(w_1.t + \varphi_S) \longrightarrow \vec{V}_2 \begin{cases} U_{Smax} \\ \varphi_S \end{cases}$

Pour $u_e(t) = U_{emax}.\sin(w_1.t + \varphi_e) \longrightarrow \vec{V} \begin{cases} U_{emax} \\ \varphi_e \end{cases}$



b- On utilise Le théorème de Pythagore

$U_{Smax}^2 + (R.C.w_1.U_{Smax})^2 = U_{emax}^2 \Rightarrow U_{Smax}^2[1+(R.C.w_1)^2] = U_{emax}^2 \Rightarrow U_{Smax}^2 = \frac{U_{emax}^2}{1+(R.C.w_1)^2}$

$\Rightarrow U_{Smax} = \frac{U_{emax}}{\sqrt{1+(R.C.w_1)^2}}$

La fonction de transfert ou transmittance $T = \frac{U_{Smax}}{U_{emax}} = \frac{1}{\sqrt{1+(R.C.w_1)^2}}$

4-a-On a N_1 = 100Hz, on peut déduire $T(N_1)$ à partir du graphique. On a **T(N=100 Hz) = 0,9**

On a la tension d'entré est en avance de phase sur la tension de sortie

$\cos(\varphi_e - \varphi_S) = \frac{U_{Smax}}{U_{emax}}$ = T = 0,9 $\Rightarrow (\varphi_e - \varphi_S)$ = 25,8°= 0,45 rad

b- Le gain du filtre est $G(N_1) = 20.\log(T(N_1)) = 20.\log(0,9)$ = -0,91 dB

c- On a $T(N_C) = \frac{T_{Smax}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ = 0,7 $\Rightarrow N_C$ = 200 Hz et $N_C = \frac{1}{2.\Pi.RC} \Rightarrow R = \frac{1}{2.\Pi.C.N_c}$ = 796 Ω

Exercice N°2

1-a- La relation entre i_1, i_2 et i_c

On a $i_1 = i'_1 + i^-$ or l'A.OP est idéal donc $i^- = 0$ et par suite $i_1 = i'_1 = i_2 + i_C$

b- l'équation différentielle relative à la tension de sortie $u_s(t)$.

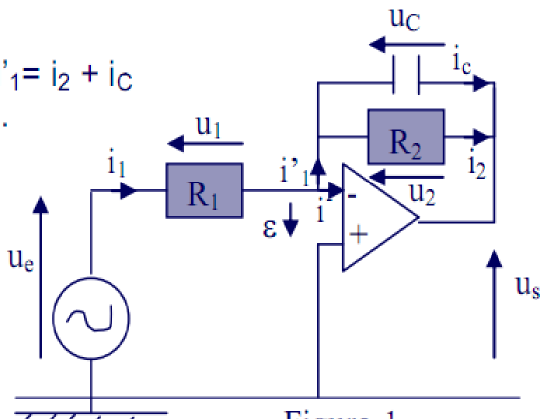


Figure-1-

Loi des mailles

Maille d'entrée ;

$u_e - u_1 + \varepsilon = 0$ or $\varepsilon = 0$ car l'A.OP fonctionne en régime linéaire

$\Rightarrow u_e - u_1 = 0 \Rightarrow u_e = u_1 = R_1 i_1 \Rightarrow i_1 = \dfrac{u_e}{R1}$

Maille de sortie

$u_S + u_2 + \varepsilon = 0 \Rightarrow u_S + u_2 = 0 \Rightarrow u_S = -u_2 = -R_2 i_2 \Rightarrow i_2 = -\dfrac{u_S}{R_2}$

d'autre part on a $u_C = u_2 = -u_S \Rightarrow \dfrac{q}{C} = -u_S \Rightarrow q = -C.u_S \Rightarrow i_C = \dfrac{dq}{dt} = -C.\dfrac{du_S}{dt}$

On a $i_1 = i_2 + i_C \Rightarrow \dfrac{u_e}{R_1} = -\dfrac{u_S}{R_2} + -C.\dfrac{du_S}{dt} \Rightarrow C.\dfrac{du_S}{dt} + \dfrac{u_S}{R_2} = -\dfrac{u_e}{R_1} \Rightarrow R_2C.\dfrac{du_S}{dt} + u_S = -\dfrac{R_2}{R_1}u_e$

C'est l'équation différentielle qui a pour solution $u_S(t) = U_{Smax}.\sin(2\pi Nt + \varphi_S)$

2-a- Il 'agit d'un filtre actif car il contient un composant actif qui est l'A.OP

b- On a $U_{smax} = \dfrac{R_2.U_{emax}}{R_1.\sqrt{1+(2\pi.R_2.C.N)^2}}$

Il s'agit-il d'un filtre passe bas car pour les très basses fréquences($N \to 0$) U_{smax} est maximale et ten vers la valeur $U_{smax} = \dfrac{R_2.U_{emax}}{R_1}$

3-a- $T = \dfrac{U_{Smax}}{U_{emax}} = \dfrac{R_2}{R_1.\sqrt{1+(2\pi.R_2.C.N)^2}}$

$G = 20\log(T) = 20\log\left(\dfrac{R_2}{R_1.\sqrt{1+(2\pi.R_2.C.N)^2}}\right)$

b- Le gain maximal $G_0 = 20\log(T_{max})$ or $T_{max} = \dfrac{R_2}{R_1} \Rightarrow G_0 = 20\log(\dfrac{R_2}{R_1})$ donc le gain maximal ne dépend que du rapport $\dfrac{R_2}{R_1}$ et par suit il est indépendant de C

c- On a $T(N_C) = \dfrac{T_{max}}{\sqrt{2}} = \dfrac{R_2}{R_1.\sqrt{1+(2\pi.R_2.C.N)^2}} \Rightarrow 1+(2\pi.R_2.C.N)^2 = 2 \Rightarrow (2\pi.R_2.C.N)^2 = 1 \Rightarrow$

$2\pi.R_2.C.N = 1 \Rightarrow N_C = \dfrac{1}{2\pi.R_2.C}$

4-a- Le gain maximal de ce filtre est $G_0 = -1$ dB

$G_0 = 20\log(\dfrac{R_2}{R_1}) \Rightarrow \log(\dfrac{R_2}{R_1}) = \dfrac{G_0}{20} \Rightarrow \dfrac{R_2}{R_1} = 10^{\frac{G_{max}}{20}}$ La résistance $R_1 = \dfrac{R_2}{10^{\frac{G_0}{20}}} = 1122\ \Omega$

b- Détermination graphique de la fréquence de coupure N_C

On a $G(N_C) = G_0 - 3dB = -4$ dB donc $N_C = 200Hz$

$N_C = \dfrac{1}{2\pi.R_2.C} \Rightarrow C = \dfrac{1}{2\pi.N_C.R_2} = 7{,}96\ 10^{-7}\ F \approx 0{,}8\mu F$

EXERCICE N° 4

A/ Etude théorique :

1/ Différence entre un filtre passe bas et un filtre passe haut : un filtre passe bas transmet les signaux de basse fréquence alors qu'un filtre passe haut transmet les signaux haute fréquence.

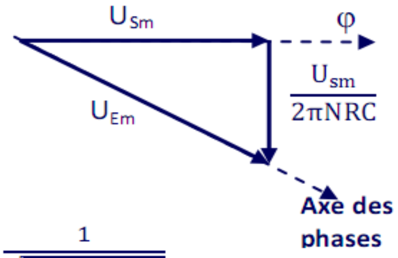
2/ a/ La loi des mailles s'écrit $u_S + u_c = u_E \leftrightarrow u_S + \frac{1}{RC}\int u_S dt = u_E$.

b/ On associe à chaque membre le vecteur de Fresnel correspondant, on obtient :

$u_S(t) = U_{Sm}\sin(2\pi Nt + \varphi) \rightarrow \vec{V_1}\,[U_{Sm}\,;\,\varphi]$

$\frac{1}{RC}\int u_S dt \rightarrow \vec{V_2}\,[\frac{U_{sm}}{2\pi NRC}\,;\,\varphi]$

$u_E(t) = U_{Em}\sin(2\pi Nt) \rightarrow \vec{V}\,[U_{Em}\,;\,0]$



D'après le théorème de Pythagore, on peut écrire :

$U_{Em}^2 = U_{Sm}^2 + \frac{U_{Sm}^2}{(2\pi NRC)^2} = U_{Sm}^2(1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2})$

Ce qui permet d'écrire l'expression de la transmittance $T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$

c/ $G = 20Log(T) = -10\ Log\ (1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2})$

d/ Lorsque $N \rightarrow 0$ alors $G \rightarrow -\infty$ et lorsque $N \rightarrow +\infty$ alors $G \rightarrow 0$ donc la valeur max de G est $G_0=0$.

3/ a/ Le filtre est passant lorsque $G \geq G_0$ - 3dB comme $G_0 = 0$ donc $G \geq$ -3dB.

b/ Pour $N = N_C$ (fréquence de coupure) alors G = -3 dB

$G = -3 \leftrightarrow -10\ Log\ (1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}) = -3 \leftrightarrow 1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2} = 2 \leftrightarrow \frac{1}{(2\pi NRC)^2} = 1 \leftrightarrow N_C = \frac{1}{2\pi RC}$

B/ Etude expérimentale :

1/ a/ La valeur max du gain est G_0 = 0dB.

Lorsque $G = G_0$- 3dB $\rightarrow N_C$ = 1000Hz.

La bande passante ΔN = [1000Hz ; $+\infty$] ;

b/ Le filtre transmet les hautes fréquences, c'est un filtre passe haut.

Le filtre est passif car pour toutes fréquences N on a $G \leq 0$.

2/ $N_C = \frac{1}{2\pi RC} \leftrightarrow C = \frac{1}{2\pi RN} = 3{,}18.10^{-7}$ F.

3/ a/ N_1 = 800Hz ; N_2 = 1200Hz et N_C = 1000Hz

Sachant qu'un signal sera transmis si sa fréquence $N \geq N_C$.

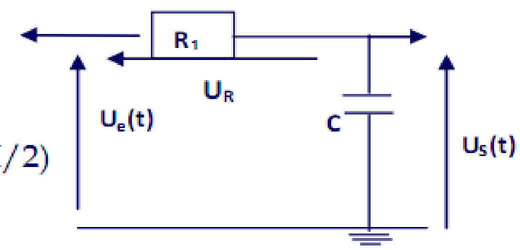
$N_1 < N_c \rightarrow$ le signal (S_1) n'est pas transmis, $N_2 > N_c \rightarrow$ le signal (S_2) est transmis.

b/ Lorsque R'=2R alors $N'_C = \frac{1}{2\pi(2R)C}$ = 507Hz.

N_1 et N_2 sont supérieures à 507Hz $\rightarrow$ les deux signaux sont transmis.

EXERCICE N° 6

Etude théorique :

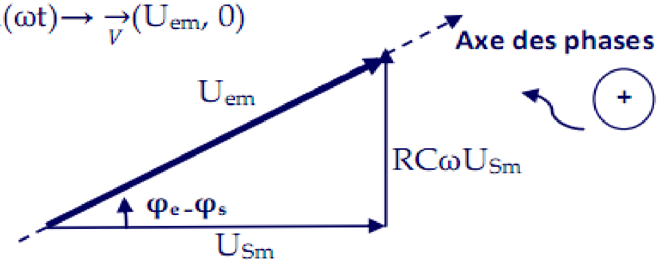


1- $u_e=u_R+u_S$ or $u_R=R.i=RC.du_s/dt$ donc $u_e=u_S+RC.du_s/dt$

2- a- $u_S=U_{Sm}\sin(\omega t+\varphi_S) \rightarrow \vec{V_1}(U_{Sm}, \varphi_S)$

$RC\ du_s/dt=RC\omega\ U_{Sm}\sin(\omega t+\varphi_S+\Pi/2) \rightarrow \vec{V_2}(RC\omega U_{Sm}, \varphi_S+\Pi/2)$

$u_e=U_{em}\sin(\omega t) \rightarrow \vec{V}(U_{em}, 0)$



b- D'après Pythagore $U_{Sm}^2+(RC\omega U_{Sm})^2= U_{em}^2 \rightarrow T= U_{Sm}/U_{em}=1/\sqrt{(1+(RC\omega)2}$

et $G=20.\log T=-10.\log(1+(RC\omega)^2)$

c- La bande passante est obtenue pour $G \geq G_0$ -3dB donc $N \leq 1/(2\Pi RC)=N_C=N_h$ d'où

$\Delta N\ \varepsilon[0, 1/2\Pi RC[$: la bande passante

$N_h =1/(2\Pi RC$: la fréquence de coupure

Etude expérimentale :

1- a- graphiquement G_0=0 dB et T_0=1.

b- graphiquement $N_C=10^4$Hz or $N_C=1/2\Pi RC$ donc $R=1/2\Pi N_C C=67.7\Omega$

2- tg (φ_e- φ_s)= $RC\omega U_{Sm}/U_{Sm}=N/N_h$ pour $N=N_h$ tg (φ_e- φ_s)=1 donc φ_e- φ_s=Π /4 rad d'où φ_s=- Π /4 rad car φ_e=0

3- Voir figure -2-

EXERCICE N° 7

1- Il 'agit d'un filtre actif car il contient un composant actif qui est l'A.OP

2-L'équation différentielle relative à la tension de sortie $u_s(t)$.

AOP idéal donc $i^+ = i^- = 0$

$\varepsilon = 0$ car l'A.OP fonctionne en régime linéaire

Loi des nœuds

Nœud A :$i_0 = i + i^- = i$

Nœud B :$i = i_1 + i_C$

Donc :$i_0 = i_1 + i_C$

Loi des mailles

Maille d'entrée ;

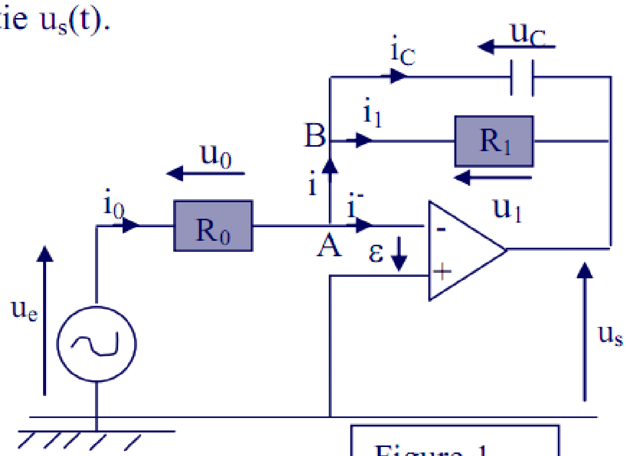


Figure-1-

$u_e - u_0 + \varepsilon = 0 \Rightarrow u_e - u_0 = 0 \Rightarrow u_e = u_0 = R_0 i_0 \Rightarrow i_0 = \frac{u_e}{R_0}$

Maille de sortie

$u_S + u_1 + \varepsilon = 0 \Rightarrow u_S + u_1 = 0 \Rightarrow u_S = - u_1 = - R_1 i_1 \Rightarrow i_1 = -\frac{u_s}{R_1}$

d'autre part on a $u_C = u_1 = - u_S \Rightarrow \frac{q}{C} = - u_S \Rightarrow q = - C.u_S \Rightarrow i_C = \frac{dq}{dt} = - C.\frac{du_s}{dt}$

On a $i_0 = i_1 + i_C \Rightarrow -\frac{u_s}{R_1} + - C.\frac{du_s}{dt} = \frac{u_e}{R_0} \Rightarrow C.\frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{R_1} = -\frac{u_e}{R_0} \Rightarrow R_1 C.\frac{du_s}{dt} + u_s = -\frac{R_1}{R_0} u_e$

C'est l'équation différentielle qui a pour solution $u_S(t) = U_{Smax}.\sin(Wt + \varphi_S)$

3- a- L'expression de la valeur maximale U_{smax} de la tension de sortie $u_s(t)$.

On utilise Le théorème de Pythagore

$$U_{Smax}^2 + (R_1.C.\ w.\ U_{Smax})^2 = \left(\frac{R_1}{R_0}\cdot U_{emax}\right)^2 \Rightarrow U_{Smax}^2\ [1+ (R_1.C.\ w)^2] = \left(\frac{R_1}{R_0}\cdot U_{emax}\right)^2$$

$$\Rightarrow U_{Smax}^2 = \frac{R_1^2.U_{emax}^2}{R_0^2.(1+(R_1.C.\ w)^2)} \Rightarrow U_{Smax} = \frac{R_1.U_{emax}}{R_0.\sqrt{1+(R_1.C.\ w)^2}}$$

b- Les expressions de la fonction de transfert (T) et du gain G de ce filtre.

$$T = \frac{U_{Smax}}{U_{emax}} = \frac{R_1}{R_0.\sqrt{1+(R_1.C.\ w)^2}} \quad \text{et } G = 20\log(T) = 20\log\left(\frac{R_1}{R_0.\sqrt{1+(R_1.C.\ w)^2}}\right)$$

4- a- Le gain maximal de ce filtre est G_{max}= 6 dB

b- On a $G(N_C) = G_{max} - 3dB = 6-3 = 3$ dB donc $\mathbf{N_C = 50\ Hz}$

$$\text{On a } N_C = \frac{1}{2\pi.R_1.C} \Rightarrow \mathbf{R_1} = \frac{1}{2\pi.N_C.C} = \frac{1}{2.3{,}14.50.0{,}64.10^{-6}} = 4976\ \Omega$$

c- Le gain maximal lorsque w tend vers zéro donc $G_{max} = 20\log\frac{R_1}{R_0} \Rightarrow \log\frac{R_1}{R_0} = \frac{G_{max}}{20}$

$$\frac{R_1}{R_0} = 10^{\frac{G_{max}}{20}} \quad \text{La résistance } R_0 = \frac{R_1}{10^{\frac{G_{max}}{20}}} = \frac{4976}{6} = 2494\ \Omega$$

5- Lorsque le gain s'annule on a $G = 0dB = 20\log(T) \Rightarrow T = \frac{U_{Smax}}{U_{emax}} = 1 \Rightarrow U_{Smax} = U_{emax} = 6V$