Prof : Belhaj salah	Etude des fonctions	Bac sciences 2014/2015

EX 1 :

Soit g(x)= $-1+\frac{x}{\sqrt{(x^2+3)}}$

1) Dresser le tableau de variation de g

2) Montrer que I (0 ;-1) est un centre de symétrie de Cg

3) Soit f(x)= $\frac{1}{2}\left(\sqrt{x^2+3}-x+1\right)$

a)Vérifier que f'(x) = $\frac{1}{2}g(x)$ **puis étudier les variations de f.**

b) Montrer que $|f(b)-f(a)| < \frac{1}{2}|b-a|\ \forall(a,b)\in \mathbb{R}_+^2$

EX 2 :

Soit f une fonction définie sur $]1,+\infty[$ *par* $f(x)=1+\frac{1}{\sqrt{x}}$

1) *Etudier la dérivabilité de f et calculer sa dérivé* .

2) *Dresser le tableau de variation de f.*

3) *Déterminer l'équation de la tangente* Δ *à* C_f *au point d'abcisse* $x=2$.

4) *Montrer que l'équation* $f(x)=x$ *admet une unique solution* α *dans*

$]1,+\infty[$.

5) *Montrer que pour tout x de* $]1,+\infty[$; $|f'(x)|\leq\frac{1}{2}$

6) *En déduire que pour tout x de* $]1,+\infty[$; $|f(x)-\alpha|\leq 1\ 2\ |x-\alpha|$

EX 3 :

Soit f(x)= $\frac{(x-\sin x)}{1+x^2}$

1) déterminer le domaine de définition de f

2)

a) montrer que $\frac{x-1}{1+x^2}\leq f(x)\leq\frac{x+1}{1+x^2}$

b) en déduire la limite de f(x) en $\pm\infty$

c) interpréter graphiquement ces deux résultats

3) montrer que l'équation f(x)=0 admet une solution $\alpha \in]-\mathbf{1};\mathbf{1}[$

EX 4 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + 1$ et (C) la courbe représentative de f dans un repère **(O, I, J)**

1) Étudier les variations de f.

2) vérifier que f admet trois solutions α_1 ; α_2 et α_3

3) On appelle A le point de (C) dont l'abscisse est 2.

a) Déterminer une équation de la tangente (D) à (C) en A. (Écrire cette équation sous la forme y = t(x)).

b) On pose d(x) = f(x) - t(x). Vérifier que d(x) = $\frac{1}{4}x(x-4)^2$

c) Préciser la position de la courbe (C) par rapport à la tangente (D).

d) Dessiner (C) et (D).

4) on suppose que $\alpha_1 = -\frac{4}{5}$; $\alpha_2 = \frac{6}{5}$ et $\alpha_3 = \frac{15}{4}$

a) tracer $D_1 : x = \alpha_1$ et $D_2 : x = \alpha_3$

b) calculer l'air de la partie inscrit entre l'axe des abscisses et D_1 et D_2 et la courbe (C)