

Exercice N : 1 (03pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points A(1,0,0) ; B(1,-2, 0) et C (3,1,1).

Répondre par « Vrai » ou « Faux » en justifiant la réponse.

- 1) La distance du point A à la droite (BC) est égale à $\sqrt{\frac{10}{7}}$.
- 2) Le volume de parallélépipède d'arêtes [OA] ; [OB] et [OC] est égal à $\frac{1}{3}$.
- 3) La droite Δ dont la représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 3 + \alpha \\ y = 0 \\ z = 1 - 2\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$$
 est perpendiculaire au plan (ABC).

Exercice N : 2 (06pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points A (2,-1 ,1) ; B(1, -2, -1); C(-1,1,3) et D(0,1, -1) .

- 1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
b) En déduire que les points A,B et C ne sont pas alignés.
c) Montrer que les points A, B,C et D ne sont pas coplanaires.
- 2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.
b) Montrer que le volume du tétraèdre ABCD est égal à $\frac{11}{3}$.
c) En déduire la distance du point D au plan (ABC) .
d) Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tel que $(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}) \wedge \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Exercice N :3 (05pts)

Soit f la fonction définie sur $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ par : $f(x) = 1 + \sin(\pi x)$.On désigne par ξ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $[0,2]$.
b) La fonction f^{-1} est -elle dérivable à droite en 0 ? à gauche en 2 ?
c) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]0,2[$ et que pour tout $x \in]0,2[$: $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{2x-x^2}}$.
- 2) Soit la fonction définie sur $[0,2]$ par : $g(x) = f^{-1}(2-x) + f^{-1}(x)$.
a) Montrer que g est dérivable sur $]0,2[$ et calculer $g'(x)$ pour tout $x \in]0,2[$.
b) Calculer $g(1)$.En déduire que pour tout $x \in [0,2]$, on a : $f^{-1}(2-x) + f^{-1}(x) = 0$. (I)
c) Interpréter graphiquement le résultat (I) .

Exercice N : 4 (06pts)

Soit la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ par : $f(x) = 1 + \sqrt{x^2 - 1}$. On désigne par Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement ce résultat.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) a) Montrer que la droite $D : y = x + 1$ est une asymptote oblique à Cf au voisinage de $+\infty$.
b) Etudier la position relative de la courbe Cf par rapport à son asymptote D .
c) Tracer la courbe Cf .
- 3) a) Montrer que f réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera. (On note f^{-1} sa fonction réciproque).
b) Calculer $f(\sqrt{2})$ puis $(f^{-1})'(2)$.
c) Montrer que pour tout $x \in J$ on a : $f^{-1}(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$.
d) Tracer Cf^{-1} la courbe de f^{-1} dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 4) On considère la fonction g définie sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ par : $g(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$.
a) Montrer que pour tout $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ on a : $g(x) = 1 + \tan x$.
b) Montrer que g réalise une bijection de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ sur $[1, +\infty[$. (On note g^{-1} sa fonction réciproque.)
c) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $[1, +\infty[$, et que $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$ pour tout $x \in [1, +\infty[$.

BON TRAVAIL

