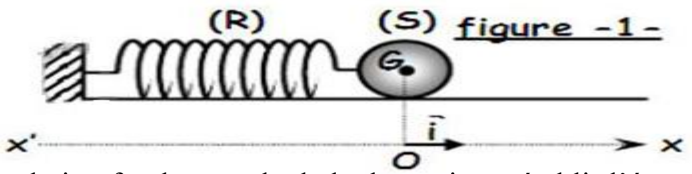
Exercice N°1 :

I/ Les frottements sont supposés négligeables.

Le pendule élastique représenté par la figure -1- est constitué par : un ressort(R) à spires non jointives , d'axe horizontal , de masse négligeable et de raideur **k** et un solide (S), supposé ponctuel, de centre d'inertie G et de masse **m**. Lorsque (S) est au repos , son centre d'inertie G occupe la position O origine d'un axe (x'Ox) horizontal .On écarte (S) de sa position d'équilibre O jusqu'au point d'abscisse x_0 et on lui communique une vitesse v_0 à un instant qu'on prendra comme origine des dates .A une date t quelconque , le centre d'inertie G de (S) a une élongation x et sa vitesse instantanée est v .

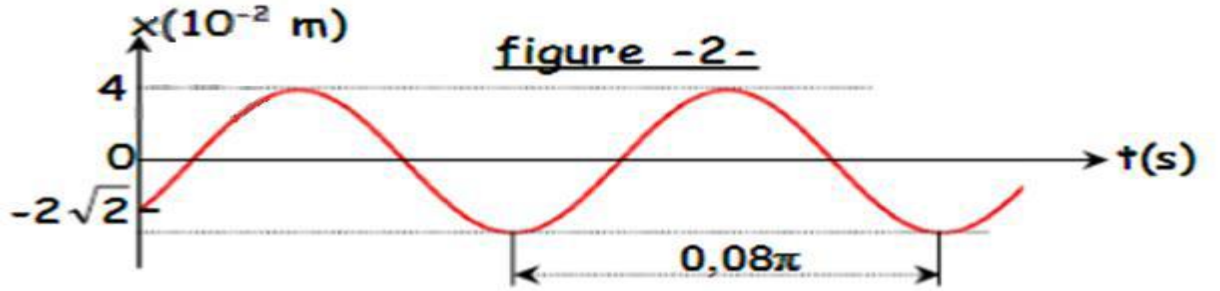


1°/En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, établir l'équation différentielle régissant le mouvement du solide(S).

2°/a- Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide (S), ressort (R)} lorsque (S) passe par un point M quelconque d'abscisse x avec une vitesse v.

b- Déduire de 1°/ que le système {solide(S), ressort(R)} est conservatif.

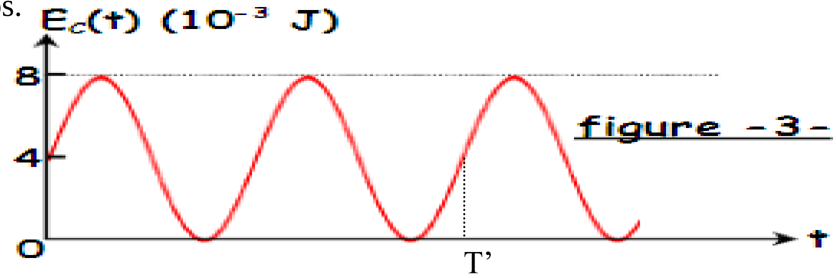
3°/ L'enregistrement graphique de mouvement de (S) est représenté sur la figure -2-.



a- Déterminer à partir du graphe la figure -2- l'équation horaire du mouvement de (S).

b- Déterminer x_0 et déduire la valeur de la vitesse initiale v_0 ainsi que sa valeur maximale v_m.

4°/ La courbe de la figure-3-, représente les variations de l'énergie cinétique $E_c(t)$ du solide (S) en fonction du temps.



a- Montrer que l'expression de l'énergie cinétique E_c en fonction du temps s'écrit :

$$E_c = \tfrac{1}{4}\, K\, X_m^2\, [\, 1 + \cos 2(w_0 t + \varphi_x)]$$

b- Montrer, en utilisant la courbe de la figure-3-, que **k = 10 N.m⁻¹**.

Déduire alors la valeur de m.

c- Déterminer la valeur de T'.

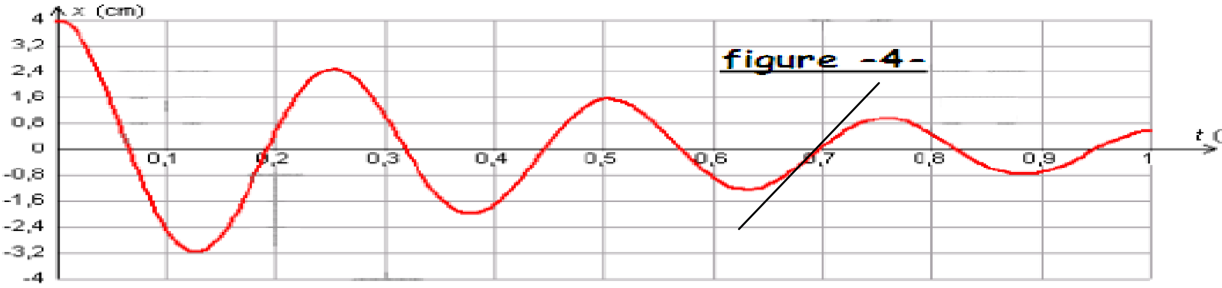
II/-Les frottements ne sont plus négligeables.

A l'aide d'un dispositif approprié, on soumet maintenant le solide(S) à des frottements visqueux dont la résultante est $\vec{f} = -h.\vec{v}$ où h est une constante positive et $\vec{v}$ la vitesse instantanée de (S).

1°/a- En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, établir l'équation différentielle régissant le mouvement du solide (S).

b- Déduire que l'énergie mécanique E du système {solide(S), ressort(R)} n'est pas conservée au cours du temps.

2°/ L'enregistrement des différentes positions de G au cours du temps donne la courbe de la figure-4-

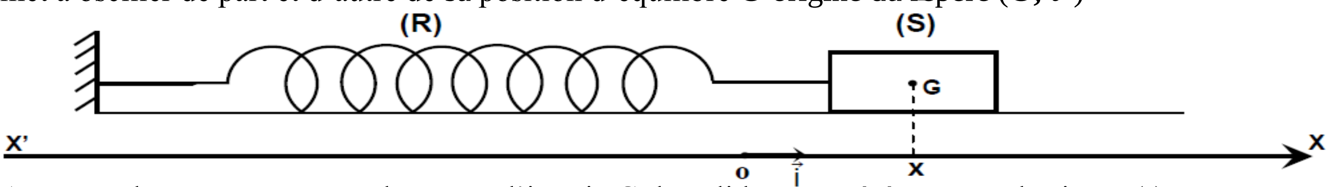


a- Déterminer la pseudo-période T.

b- Déterminer la perte d'énergie entre les instants t_1= 0s et t_2= 2T puis entre t_0 et t_3= 0,7s

Exercice N°2 :

Un solide **(S)** de masse **m** peut glisser, sans frottement, sur un plan horizontal. Il est fixé à l'une des extrémités d'un ressort **R** à spire non jointives, de masse négligeable et de raideur **K**. L'autre extrémité est maintenue fixe, on écarte le solide **(S)** de sa position d'équilibre et on l'abandonne à lui-même, il se met à osciller de part et d'autre de sa position d'équilibre **O** origine du repère **(O, $\vec{i}$)**



Au cours de son mouvement, le centre d'inertie G du solide est repéré par son abscisse **x(t)**.

1°/a- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse **x(t)** du solide **(S)** et en déduire la nature du mouvement de **(S).**

b- Soit **$x(t)=X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$** l'abscisse du solide (S) à l'instant t. Déterminer l'expression de la vitesse instantanée **v(t)** de (S).

2°/ On trace sur le même graphe **(Figure-3-)** les courbes représentant les variations en fonction du temps de l'abscisse **x(t)** de (S) et de sa vitesse **v(t)** :

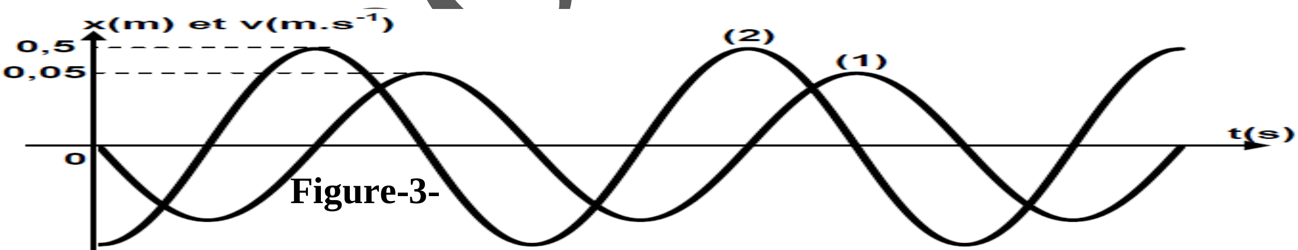


Figure-3-

a- Déterminer graphiquement le déphasage **$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$** entre les deux courbes **(2)** et **(1)**.

b- En déduire que la courbe **(1)** correspond à **x(t)**.

c- Déterminer à partir du graphe : X_m; V_m et φ_x

d- Déduire la pulsation propre w_0.

3°/ La courbe de la **figure-4-** représente les variations de l'énergie potentielle élastique du système en fonction du carré de la vitesse **$E_{pe}=f(v^2)$**:

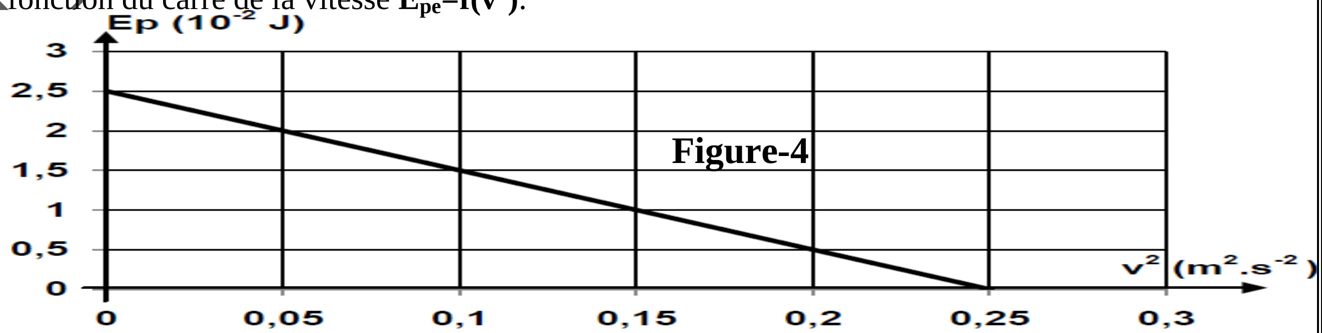


Figure-4

a- En utilisant l'expression de l'énergie mécanique E, exprimer l'énergie potentielle élastique du système en fonction de m, K, v, et X_m.

b- Déterminer à partir de ce diagramme la masse m du solide (S).

c- En déduire la raideur K du ressort.

4°/a- Déterminer l'expression instantanée de la valeur algébrique T_R de la tension du ressort.

b- Représenter la courbe d'évolution de T_R=f(t).

Exercice N°3 :

Un pendule élastique est constitué d'un ressort de raideur K=20N.m^{-1} et d'un solide de masse m qui peut osciller sur un banc à coussin d'air horizontal.

A l'instant t=0, le solide est écarté de sa position d'équilibre de $x_0=2\sqrt{2}$cm et lâché avec une vitesse initiale v_0 négative.

I- Dans un premier temps, on néglige les frottements du chariot sur le banc.

1°/ Faire l'inventaire des forces exercées sur le chariot et les représenter.

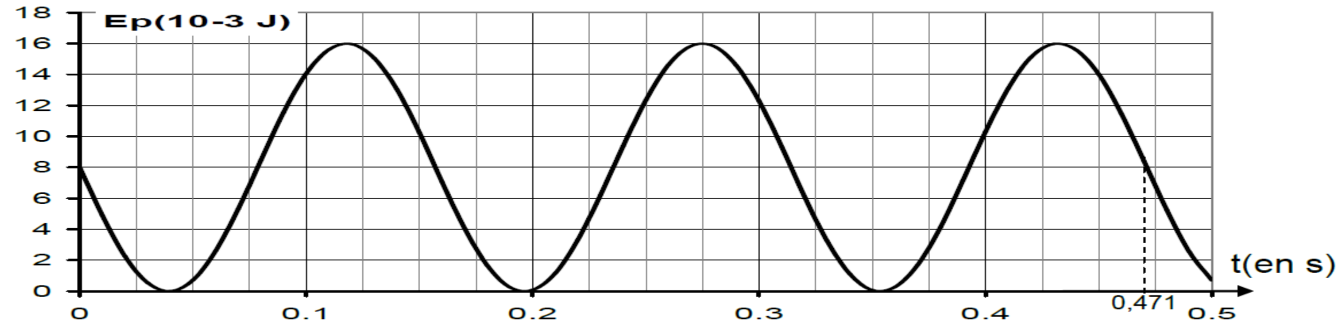
2°/ Etablir l'équation différentielle du mouvement.

3°/ Vérifier que $x(t)=X_m \sin(w_0t+\varphi_x)$ est solution de cette équation différentielle avec w_0 une constante que l'on exprimera en fonction des grandeurs physiques du système.

4°/ Etablir une relation entre x, v, X_m et w_0.

5°/ En quel point la vitesse du mobile est maximale ?

II- Grace à des capteurs appropriés, on enregistre l'évolution temporelle de l'élongation x du centre d'inertie du chariot. On trace la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique Ep_e du système { chariot, ressort} en fonction du temps.



1°/ Montrer que Ep_e s'écrit sous la forme $E_{pe}(t)=\frac{1}{4}\,k\,X_m^2\,[\,1+\sin(2w_0t+2\varphi_x-\frac{\pi}{2})]$

2°/ En exploitant le graphe, déterminer la période propre des oscillations T_0, l'amplitude X_m et la masse m du chariot.

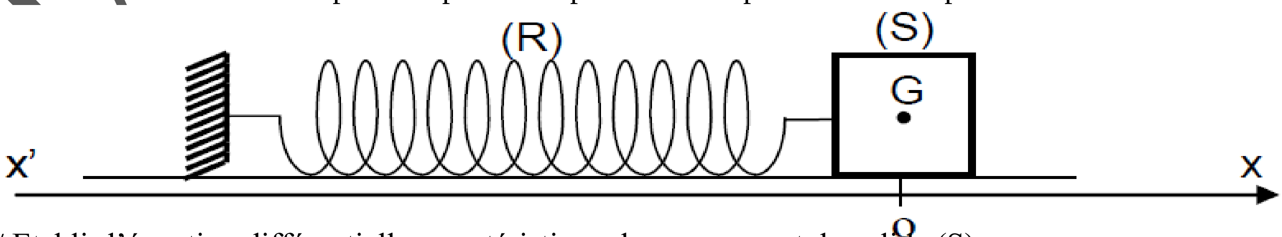
3°/ Déterminera la phase initiale φ_x et l'expression de l'élongation x(t).

4°/ Déterminera v_0.

5°/ Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique est constante.

Exercice N°4 :

On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse m et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur K. Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse.

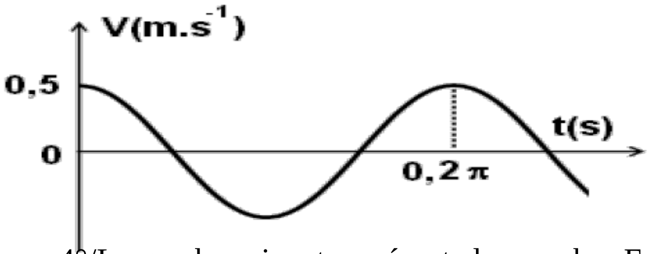


1°/ Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S).

2°/ Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme $x(t)=X_m\sin(w_0t+\varphi_x)$.

a- Etablir la relation entre (V_m et X_m) et (φ_v et φ_x).

b- On donne le chronogramme de la variation de la vitesse en fonction du temps, v= f(t) :

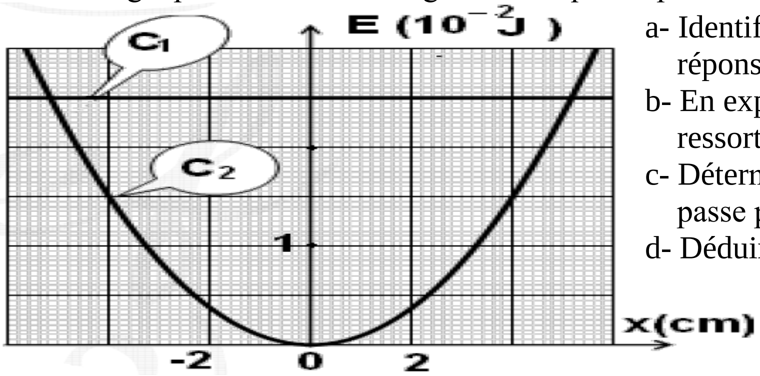


Déterminer : V_m, φ_v et w_0.

c- Déduire X_m et φ_x puis écrire x(t).

3°/Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps.

4°/Le graphe suivant représente les courbes Ep_e= f(x) et E= g(x) ou Ep_e et E représentent respectivement l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du pendule élastique.



a- Identifier chacune des deux courbes en justifiant la réponse.

b- En exploitant le graphe, déterminer la raideur K du ressort et la masse m du solide.

c- Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse x=4cm.

d- Déduire les valeurs de vitesse du solide à ce point.

5°/ On écarte maintenant le solide (S) de sa position d'équilibre de x_0=5cm et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant pris comme origine de temps. Au cours de son mouvement (S) est soumis a des forces des frottements de type visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$

a- L'équation différentielle de mouvement du solide (S) est : $\boldsymbol{\frac{d^2x}{dt^2} + 3\,\frac{dx}{dt} + 100.x = 0}$

Trouver la valeur du coefficient du frottement h.

b- En admettant la relation suivante : $\frac{E_2}{E_1} = e^{-\frac{h\,(t_2-t_1)}{m}}$(Relation valable pour les amortissements faibles) avec E_1 et E_2 les énergies mécaniques aux instants des dates t_1 et t_2.

α) Calculer la variation de l'énergie mécanique pendant le premier pseudo-période.

β) Calculer la valeur de l'élongation à t= 3T.