

**Barème** : Ex N°1 : 4,5 points / ExN°2 : 5points / ExN°3 : 4,5points / ExN°4: 6points

**Exercice N°1:**

Répondre par "Vrai " ou "faux" et justifier votre réponse :

- 1) l'équation :  $x^5 + 2x - 1 = 0$  , admet une unique solution dans  $] -1,0[$
- 2) si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1-x}{2-x}\right) = +\infty$
- 3) si  $f(2) = 1$  et  $f(5) = -1$  , alors :  $f([2, 5]) = [-1, 1]$
- 4) si  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} , & \text{si } x \neq 1 \\ 0,5 ; & \text{si } x = 1 \end{cases}$  , alors f est continue en 1
- 5) la matrice inverse de  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  est  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
- 6) le coefficient  $a_{21}$  de la matrice :  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \\ 0,5 & -5 \end{pmatrix}$  est égal : 0,

**Exercice N°2:**

Soit la matrice  $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1. montrer que la matrice M est inversible
2. a) Calculer la matrice :  $M^2 + M$   
b) En déduire la matrice  $M^{-1}$  inverse de M
3. on considère le système (S) : 
$$\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x - y + z = -1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

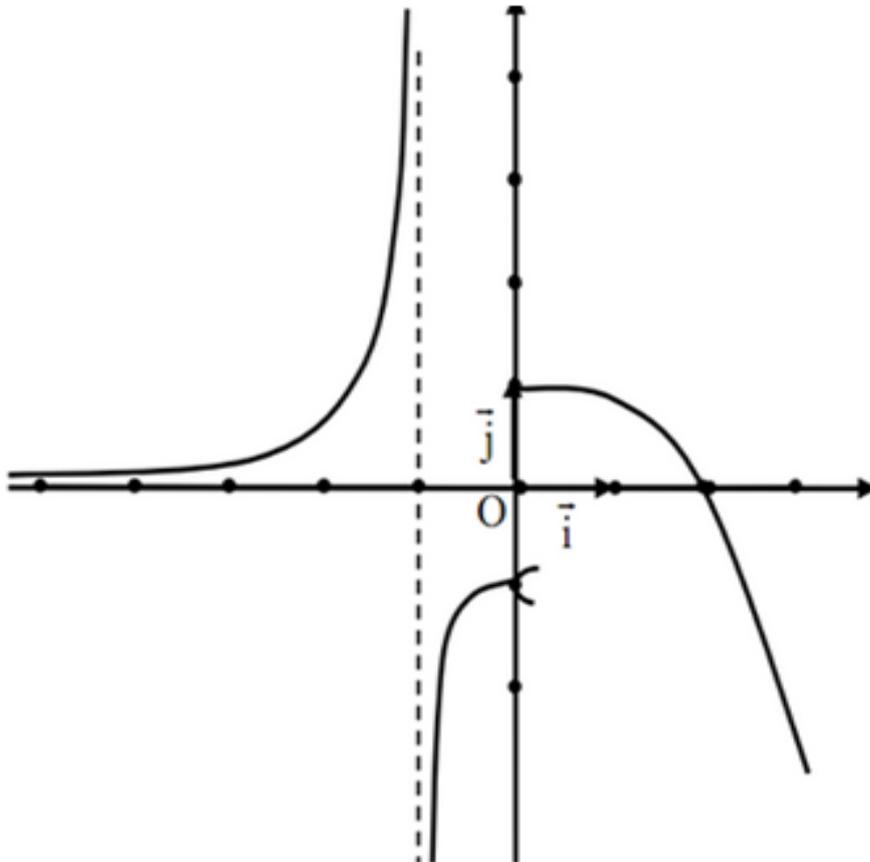
- a) Déterminer l'écriture matricielle de (S)
- b) Résoudre alors dans  $\mathbb{R}^3$  , le système (S)

**Exercice N°3:**

La figure ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  , sachant que :

- l'axe d'abscisse est une asymptote en  $-\infty$
- l'axe  $(O, \vec{j})$  est une branche parabolique au voisinage  $+\infty$

- 1) Par lecture graphique , déterminer :
  - a) l'ensemble de définition de  $f$
  - b) les limites aux bornes
  - c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f \circ f (x)$
  - d) Préciser le signe de  $f(x)$
  - e)  $f$  est -elle continue en  $0$  ? justifier
- 2) Déterminer :  $f ( [ 0 , 2 ] )$
- 3) Déterminer nombre des solutions de l'équation :  $f ( x ) = 0 , 7$



**Exercice N°4:**

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x - 1 , & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - 4x + 1}{x-1} , & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- 1) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  puis  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(\frac{2x-3}{x-2})$
- 2) Montrer que : la courbe de  $f$  admet une branche parabolique de direction l'axe  $( O, \vec{j} )$  au voisinage  $] - \infty$
- 3) Montrer que  $f$  est continue en  $1$
- 4) a) Montrer que :  $f$  est strictement croissante sur  $] - \infty , 1 [$   
 b) Montrer que l' équation :  $f(x) = 0$  , admet une unique solution  $\alpha \in ] 0 , 1 [$   
 c) Déterminer  $f ( ] -\infty , \alpha ] )$
- 5) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  , par :  $g(x) = \frac{1-x^3}{x}$   
 Montrer que :  $g (\alpha ) = 2$