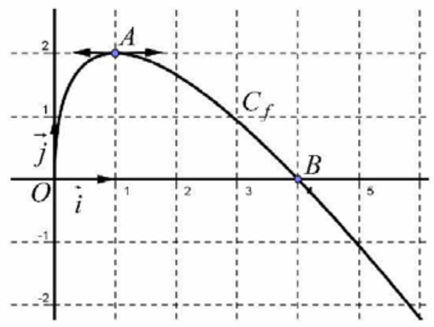
Exercice N°1

Sur la figure ci-contre est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f **définie** et **dérivable** sur $]0,+\infty[$ dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. On sait que :

– La courbe C_f admet au point $A(1,2)$ une tangente d'équation $y=2$.

– La courbe C_f passe par le point $B(4,0)$.



1) a – Déterminer $f'(1)$.

b – Comparer $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f'(2)$

2) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=[f(x)]^2$.

a – Exprimer $g'(x)$ en fonction de x.

b – Dresser le tableau de variation de g.

Exercice N°2

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;0[$ par : $f(x)=\dfrac{ax^3+bx+c}{x}$. a, b et c trois réels non nuls.

Soit C_f sa courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est dérivable sur $]-\infty;0[$ et que $f'(x)=\dfrac{2ax^3-c}{x^2}$

2) Déterminer les réels a, b et c sachant que :

✓ La fonction f admet un extremum en $\dfrac{-1}{2}$.

✓ La courbe C_f admet en -1 la tangente T dont une équation cartésienne $y=-7x-4$

3) On prend $f(x)=\dfrac{4x^3-2x-1}{x}$

a – Dresser le tableau de variation de f sur $]-\infty;0[$

b – En déduire la nature de l'extremum de f.

Exercice N°3

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1. f est la fonction $x \mapsto x^3$.

   a) Montrer que l'approximation affine de $(2+h)^3$, pour h voisin de 0, est égale à $8+12h$.

   b) En déduire des approximations des nombres suivants : $(1{,}997)^3$ et $(2{,}001)^3$.

2. Soit la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=(x^2+x)\sqrt{x}$.

   a) En revenant à la définition du nombre dérivé, montrer que f est dérivable à droite en 0 et préciser $f_d'(0)$.

   b) Montrer que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et exprimer $f'(x)$ pour $x>0$.

   c) Préciser alors l'ensemble des réels x pour lesquels f est dérivable.

3. Dans le plan est muni d'un repère orthonormé, la courbe C_f ci-dessous, représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]-1;+\infty[$. On sait que :

– la droite T est tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse 1 ;

– la droite D d'équation $y=-2$ est asymptote à la courbe C_f au voisinage $+\infty$.

– la droite D' d'équation $x=-1$ est asymptote à la courbe C_f.

À partir du graphique et des renseignements fournis :

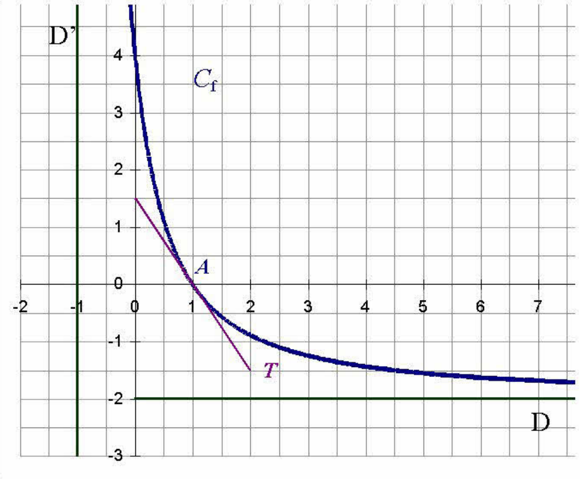
a. Déterminer $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

b. Déterminer $f'(1)$.

c. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

Pour tout réel $a \geq 1$, $f'(a)\times f(a) \geq 0$

d. Dresser le tableau de variation de f.



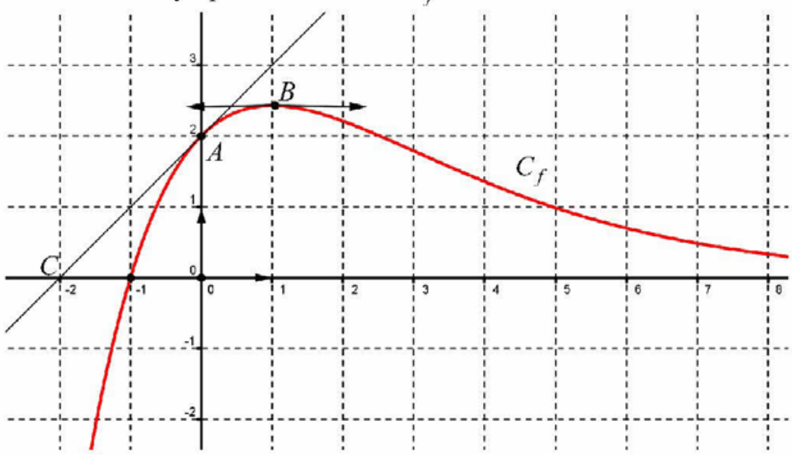
Exercice N°4

La courbe C_f ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f. On sait que :

– la courbe coupe l'axe des ordonnées au point A et la tangente à la courbe au point A passe par le point C de coordonnées $(-2;0)$.

– la courbe admet au point B d'abscisse 1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses ;

– l'axe des abscisses est asymptote à la courbe C_f.



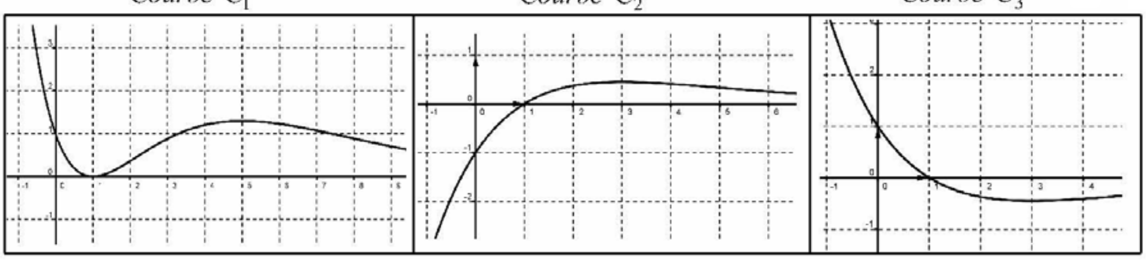
1) A partir du graphique et des renseignements fournis :

a- Déterminer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

b- Déterminer $f'(0)$ et $f'(1)$.

2) Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f'. Déterminer laquelle. (Justifier)

Courbe C_1 Courbe C_2 Courbe C_3



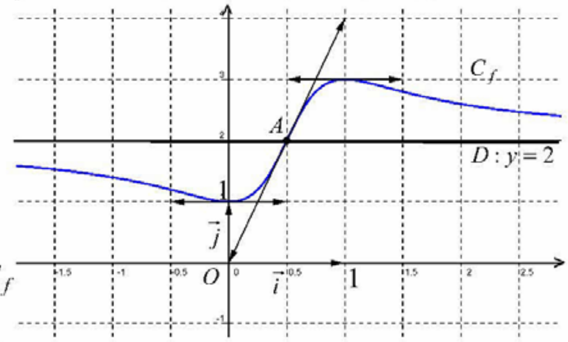
3) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=[f(x)]^2$.

a- Exprimer $g'(x)$ pour $x\in IR$.

b- Donner le sens de variation de g.

Exercice N°5

Ci-contre est tracée la courbe représentative notée C_f dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f définie et dérivable sur IR.



On sait que :

− La droite D d'équation $y = 2$ est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ et en $-\infty$.

− La courbe C_f admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses.

− $A\left(\dfrac{1}{2},2\right)$ est un centre de symétrie de la courbe C_f

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
La justification de chaque réponse est demandée.

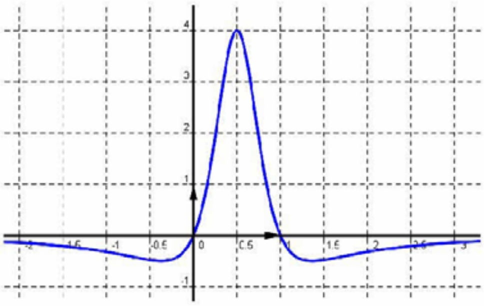
1) a) $f(-1)+f(2) = 2$ b) $f(-1)+f(2) = 1$ c) $f(-1)+f(2) = 4$

2) a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-1}{x} = 1$ b) $f'(2) < 0$ c) $f'\left(\dfrac{1}{4}\right) < 0$

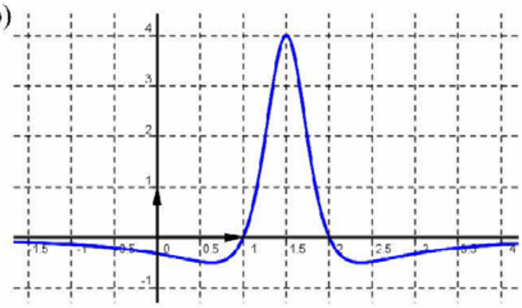
3) a) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) - 2 = 0$ b) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) - 2 = +\infty$ c) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$

4) La courbe représentative de la fonction f' est :

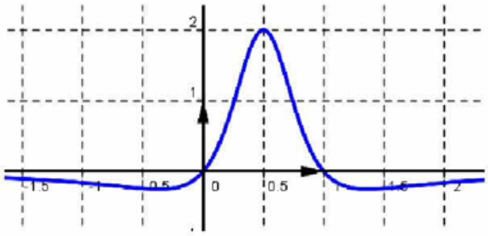
a)



b)



c)



5) La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sqrt{f(x)}$ est dérivable en $\dfrac{1}{2}$ et :

a) $g'\left(\dfrac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$ b) $g'\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2\sqrt{2}$ c) $g'\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

ExerciceN°6

On donne ci-dessous un tableau incomplet de variations d'une fonction f donnée par :

$f(x) = \dfrac{4x^2 + b}{2x + a}$ (a et b sont des nombres réels).

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$			0		‖				

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
2) Vérifier que a = -1 et b = 0.

Dans ce qui suit on prend $f(x)=\dfrac{4x^2}{2x-1}$

3) a- Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b- Démontrer que la droite (d) d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote à la courbe (C).

c- Vérifier que la droite (D) d'équation $x = \frac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe (C).

4) Montrer que le point $I\left(\dfrac{1}{2},2\right)$ est un centre de symétrie de (C).

5) a- Montrer que $f'(x)=\dfrac{8x(x-1)}{(2x-1)^2}$ puis dresser le tableau de variations de f. b- Tracer (D) , (d) et (C).

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 2$.

7) On considère les points $A\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ et $M(3,0)$. La droite (AM) coupe l'axe des ordonnées en un point N

a) Vérifier qu'une équation de la droite (AM) est $y=-\dfrac{2}{5}x+\dfrac{6}{5}$.

b) Déterminer l'ordonnée de N.

c) Vérifier que $OM.ON=\dfrac{1}{2}f(3)$

Exercice N°7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+5}{x-2} & \text{si } x\le 1 \\ f(x)=\sqrt{x^2-1}+x-7 & \text{si } x>1 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ a- Montrer que f est continue en 1.

b- Etudier la dérivabilité de f en 1. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2/ a- Déterminer la fonction dérivée f' de f.

b- Dresser le tableau de variation de f et préciser la nature de chacun de ses extrema.

3/ Monter que la courbe (C) admet une seule tangente (T) parallèle à la droite Δ d'équation $3x-4y+4=0$. Donner une équation de (T).

4/ Calculer $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{xf(2)-2f(x)}{x-2}$.

Exercice N°8

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4+x}-2}{2x} & \text{si } x\neq 0\\ \dfrac{1}{8} & \text{si } x=0\end{cases}$. On désigne par C la courbe de f dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

1°)a) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

b) Montrer que f est continue en 0.

2°)a) Montrer que pour tout réel x de D_f, on a : $f(x)=\dfrac{1}{2\left(\sqrt{4+x}+2\right)}$.

b) Justifier pourquoi C ne présente aucune rupture ?

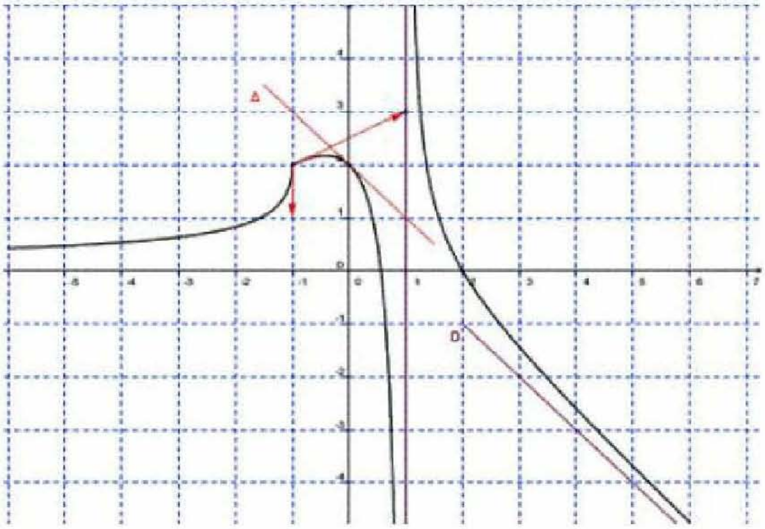
c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter le résultat obtenu graphiquement.

3°)a) Justifier, en appliquant la définition, si f est dérivable ou non à droite en – 4.

b) Interpréter graphiquement le résultat du calcul précédent.

Exercice N°9

Dans la figure ci-contre on donne la représentation graphique C_f d'une fonction f. Sachant que $D: y = -x + 1$ est une asymptote à C_f en $+\infty$ et que la droite $y = 0$ est une asymptote à C_f en $-\infty$ et que C_f admet une asymptote verticale en 1, répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



1) Déterminer l'ensemble de définition de f
2) Déterminer les limites suivantes

$$\lim_{+\infty} f \ ; \ \lim_{-\infty} f \ ; \ \lim_{1^-} f \ ; \ \lim_{1^+} f \ ; \ \lim_{x\to+\infty}(f(x)+x) \ ; \ \lim_{x\to1}\frac{1}{f(x)} \ ; \ \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{f(x)}$$

3) Déterminer $f'(0)$ puis donner une équation de la tangente Δ à C_f au point d'abscisse 0
4) Donner une approximation affine de $f(0.01)$
5) a- f est elle dérivable à gauche en -1 ? Justifier.

   b- déterminer alors $\lim_{x\to-1^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$
6) Déterminer $f'_d(-1)$ puis donner une équation de la demi-tangente à C_f à droite en -1

Exercice N°10

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^3 + x^2 - x - \frac{3}{2} & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^2-x-2}{1-x} & \text{si } x \in [-1;0] \\ \sqrt{x^2+4} - x - 4 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

On désigne par ξ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$

1) a) Etudier la continuité de f en -1 et en 0

   b) En déduire l'ensemble de continuité de la fonction f.
2) Montrer que la droite $D : y = -4$ est une asymptote horizontale à ξ au voisinage de $+\infty$.
3) a) Montrer que la fonction f est dérivable en -1

   b) Etudier la dérivabilité de f en 0 et donner les équations des demi-tangentes à ξ au point $A(0,-2)$
4) Soit $x_0 \in]-\infty;-1[$.
   a) Montrer que f est dérivable en x_0 et calculer $f'(x_0)$
   b) Ecrire une équation de la tangente Δ à ξ au point d'abscisse -2
   c) Déterminer le réel $x_0 \in]-\infty;-1[$ tel que la tangente à ξ au point d'abscisse x_0 soit perpendiculaire à la droite $D' : y = x$

Exercice N°11

I/ On considère la fonction f définie sur IR* par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$.

❶ Etudier la parité de f et interpréter graphiquement ce résultat.

❷ Montrer que f admet en 0 un prolongement par continuité F que l'on précisera.

On désigne par (ζ_F) la courbe représentative de F dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

❸ Montrer que F est dérivable en 0.

❹ Ecrire l'équation de la tangente (T) à (ζ_F) au point d'abscisse 0.

❺ a-Vérifier que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f(x) = \sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}} - \dfrac{1}{x}$

b- Déterminer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et Interpréter graphiquement ce résultat.

II/ Soit g la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x \in]-\infty,0[\\ g(x) = x\sqrt{1+x^2} & \text{si } x \in [0,1] \\ g(x) = x-1+\sqrt{x^2-1} & \text{si } x \in]1,+\infty[\end{cases}$

On désigne par (ζ_g) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

❶ Etudier la continuité de g en 0 et en 1.

❷ a- Etudier la dérivabilité de g à droite et à gauche en 0.

b- Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

❸ a- Montrer que la droite $\Delta : y = 2x - 1$ est une asymptote à (ζ_g) au voisinage de $+\infty$.

b- Etudier la position de (ζ_g) par rapport à Δ.

❹ Soit $x_0 \in]0,1[$, montrer que : $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{g(x)-g(x_0)}{x-x_0} = \dfrac{1+2x_0^2}{\sqrt{1+x_0^2}}$

Exercice N°12

Soit f la fonction définie par :

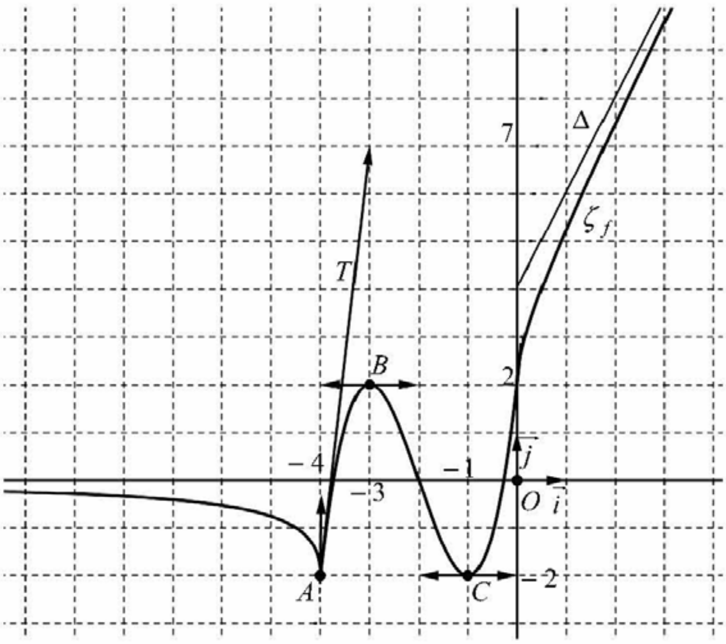
$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2-2x-7}{x+2} & \text{si } x \le -1 \text{ et } x \ne -2 \\ f(x) = x^3+mx^2+mx-3 & \text{si } -1 < x < 0 \quad (m \in \mathbb{R}) \\ f(x) = x\sqrt{x}-3 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$$

1) Montrer que pour tout réel m, f est continue sur IR\{-2}.
2) Déterminer m pour que f soit dérivable en 0.
3) Etudier suivant m, la dérivabilité de f en -1.
4) Préciser les intervalles où f est dérivable et déterminer $f'(x)$.
5) Déterminer le point de C_f où la tangente est parallèle à la droite $\Delta : 3x-y+2=0$.
6) Dans cette question $m \in]-1;0[$.
   a) Ecrire une équation de la tangente Δ_m à C_f au point d'abscisse m.

Exercice N°13

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f définie sur IR. On sait que :

- La droite Δ d'équation $y=2x+4$ est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$.
- La droite d'équation $y=0$ est asymptote à la courbe C_f en $-\infty$.
- La courbe C_f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses aux points $B(-3,2)$ et $C(-1,-2)$.
- La courbe C_f admet une demi tangente T et une demi tangente verticale au point $A(-4,-2)$.



À partir du graphique et des renseignements fournis :

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)-2x]$; .

2) Déterminer $f'(-1)$ et $f'(-3)$.

3) a – Déterminer $f_d'(-4)$.

   b – f est elle dérivable à gauche en -4 ? Justifier.

   c – Déterminer $\lim\limits_{x\to(-4)^-} \frac{f(x)-f(-4)}{x+4}$.

4) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=x^2 f(x)$.

   a – Montrer que $\lim\limits_{x\to-1} \frac{g(x)-g(-1)}{x+1}=4$.

   b – Donner alors une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse -1.

Exercice N°14

Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{2x^2+\alpha x+\beta}{x-3}$. On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère o.n. $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Sachant que f admet un extremum en 2 de valeur 1, montrer que $f(x)=\frac{2x^2-7x+5}{x-3}$.
2) Calculer $\lim\limits_{x\to3^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to3^-} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3) a- Déterminer les réelles a, b et c tel que : $f(x)=ax+b+\frac{c}{(x-1)}$.

   b- déduire l'asymptote oblique à C_f au voisinage de l'infini.
4) a- Dresser le tableau de variation de f.

   b- Déterminer les extrémums de f et préciser leurs natures.
5) La courbe C_f coupe la droite (xx') en deux points A et B (A est le point tel que $x_A < x_B$).

   a- Ecrire la tangente T_A à C_f en A.

   b- Déterminer les points de la courbe C_f où la tangente est parallèle à T_A.

Exercice N°15

M étant un paramètre réel, on considère la fonction f définie sur IR par :

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{4-x}-3 & \text{si } x<0\\ \dfrac{(m+1)x^3-3x+m^2}{x-1} & \text{si } 0\le x<1\\ \sqrt{x^2-x+1}+x+1 & \text{si } x\ge 1\end{cases}$$

On désigne par (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan

1°) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$

2°) a) Etudier suivant les valeurs de m, la limite de f à gauche en 1

b) En déduire l'ensemble des réels m pour lesquels f est continue en1

3°) a) Montrer que pour tout réel m f n'est pas dérivable en 1

b) Dans le cas où m=1 ; interpréter graphiquement les résultats obtenus au a)

4°) Soit C1 la courbe de la restriction de f à $]-\infty,0[$ selon le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

a) Soit $x_0\in]-\infty,0[$, montrer que f est dérivable en x_0

b) déterminer les points de C1 où la tangente est perpendiculaire à la droite $D:6x-y+1=0$

Exercice N°16

On considère la fonction $f(x)=\begin{cases}|x^2+3x|+mx^2-2 & \text{si } x<-2\\ \sqrt{4-x^2} & \text{si } -2\le x\le 2\\ (x-2)\sqrt{x-2} & \text{si } x>2\end{cases}$ f définie sur IR par :

On désigne par © sa courbe représentative selon un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan

1) a) Discuter selon m $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

b) Etudier la continuité de f en 2

c) Déterminer le réel m pour que f soit continue en -2

Dans toute la suite on prend m=0

2) a) Etudier la dérivabilité de f en -3.Interpréter graphiquement les résultats

b) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter graphiquement les résultats

3) a) Montrer que $\forall x_0\in]-\infty,-3[$ f est dérivable en x_0

b) Existe-il un point de C d'abscisse $x_0\in]-\infty,-3[$ où la courbe admet une tangente parallèle à la droite $D:y=-5x+1$

c) Existe-il un point de C d'abscisse $x_0\in]-\infty,-3[$ où la tangente passe par $A(-2,8)$

d) Donner une équation de la tangente à C au point B d'abscisse -4

Exercice N°17

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases}f(x)=\sqrt{x^2-x}+x+1 & \text{si } x<0\\ f(x)=2x^2-5x+1 & \text{si } 0\le x\le 2\\ f(x)=\dfrac{2x-5}{x-1} & \text{si } x>2\end{cases}$

1- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2- a) Montrer que f est continue en 0 et en 2

b) Préciser le domaine de continuité de f

3- a) Montrer que f est dérivable en 2 et donner une équation cartésienne à Cf au point d'abscisse 2

b) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement

4- Calculer f'(x) pour tout x∈ IR^*

5- pour $x\in]0,2[$

a) Déterminer les points de Cf où la tangente à Cf est //à D :y=2x

b) Déterminer les points de Cf où la tangente à Cf passe par le point A(-2,1)

Exercice N°18

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2+6x}-x-1 & \text{si } x \geq 2 \\ f(x)=\dfrac{x^2+mx+2}{x-2} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

1- Déterminer le domaine de définition de f

2- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3- Mq que f est dérivable sur $]-\infty,2[$ et que $\forall x\in\ ]-\infty,2[\quad f'(x)=\dfrac{x^2-4x-2m-2}{(x-2)^2}$

4- a) Déterminer m pour que la tgte T au pt d'abscisse 1 soit $\perp \Delta : x-y+3=0$

b) Donner une équation de T pour la valeur de m trouvée

c) Discuter suivant m $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$

d) En déduire m pour que f soit continue en 2

5- On prend m=-3

Etudier la dérivabilité de f en 2 et interpréter graphiquement le résultat

6- a) Montrer que f est dérivable sur $]2,+\infty[$ et que $f'(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-6x}}-1$

Exercice N°19

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2-x}+x+1 & \text{si } x<0 \\ f(x)=2x^2-5x+1 & \text{si } 0\leq x \leq 2 \\ f(x)=\dfrac{2x-5}{x-1} & \text{si } x>2 \end{cases}$

1- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- a) Montrer que f est continue en 0 et en 2

b) Préciser le domaine de continuité de f

3- a) Montrer que f est dérivable en 2 et donner une equation cartésienne à Cf au point d'abscisse 2

b) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement

4- Calculer f'(x) pour tout $x\in IR^*$

5- pour $x\in\ ]0,2[$

a) Déterminer les points de Cf où la tangente à Cf est //à D :$y = 2x$

b) Déterminer les points de Cf où la tangente à Cf passe par le point $A(-2,1)$

ExerciceN°20

A) *Soit g la fonction définie par :* $g(x)=\dfrac{4x^2-3x}{1-x}$.

1) *Dresser le tableau de variations de g .*

2) *Préciser les extrema de g et leur nature .*

B) *Soit f la fonction définie par :* $f(x)=x^3-\dfrac{3}{2}x^2$.

(Cf) *sa courbe dans le repère orthonormé* $R(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit m un réel de l'intervalle $]0;\dfrac{3}{4}[$ *, on note* (T_m) *la tangente à* ***(C f)*** *au point M d'abscisse m .*

1) *Ecrire , en fonction de m , une équation cartésienne de la tangente* (T_m) .

2) *La tangente* (T_m) *coupe l'axe des abscisses au point N .*

a) *Montrer que la distance* $ON=-\dfrac{1}{6}g(m)$.

b) *Déterminer le point N pour lequel la distance ON est maximale .*

ExerciceN°21

Soit f la fonction définie sur Ë par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax+b}{x+1} & \text{si } x > 1 \\ 2\sqrt{x^2+3} - 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$

1) Trouver une relation entre a et b pour que f soit continue en 1.
2) Déterminer a et b pour que f soit dérivable en 1.

Dans la suite de l'exercice on prend a = 1 et b = 5.

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3) a) Montrer que f est dérivable en tout point x_o de $]1, +\infty[$ et que $f'(x_o) = \dfrac{-4}{(x_o+1)^2}$.

   b) Montrer qu'il existe un seul point M_o d'abscisse $x_o > 1$ dont la tangente T à (C) en M_o soit parallèle à la droite • : $y = -\dfrac{1}{4}x - 1$.

4) a) Montrer que f est dérivable en tout point x_o de $]-\infty, 1[$ et calculer $f'(x_o)$.

   b) Montrer que la droite D : $y = -3x + 4$ est une tangente à (C) en un point M_1 d'abscisse $x_1 < 1$.

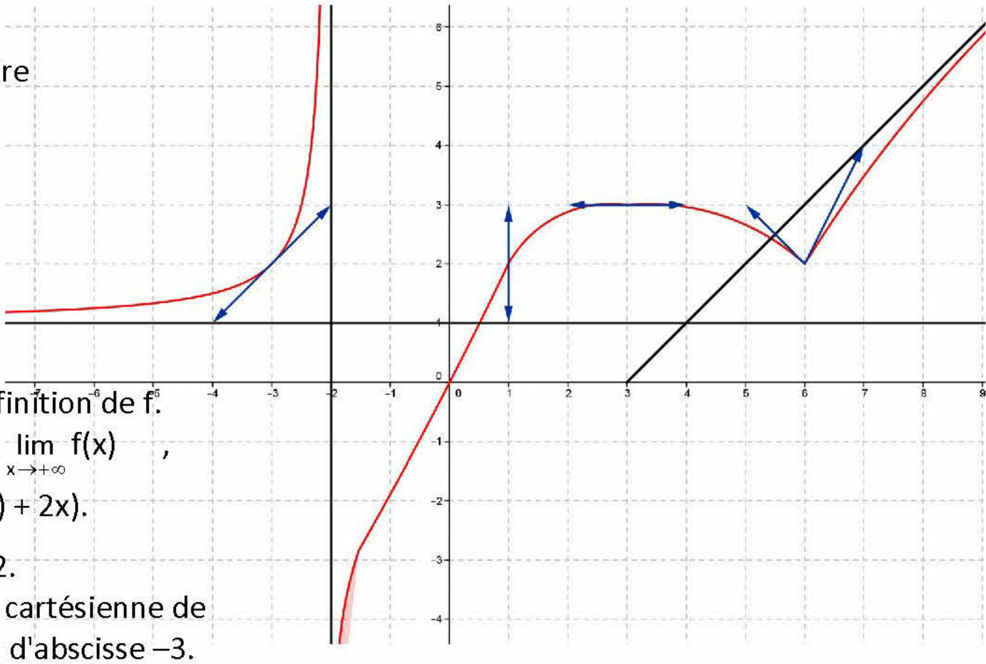
5) a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat trouvé.

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) + 4x$. Interpréter graphiquement ce résultat.

ExerciceN°22

La courbe (C) ci–dessous est celle d'une fonction f . (C) admet trois asymptotes d'équation dont l'une a pour équation : $y = x - 3$.

En s'aidant du graphique répondre aux questions suivantes.



1) Donner le domaine de définition de f.
2) Déterminer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$,

   $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) + 2x)$.
3) Etudier la limite de f en –2.
4) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à (C) au point d'abscisse –3.
5) a)Déterminer en justifiant les limites suivantes :

   $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1+h) - 2}{h}$, $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x+1) - 3}{x - 2}$ et $\lim\limits_{x \to 6^+} \dfrac{6 - x}{f(x) - 2}$.

   b) Déterminer les intervalles sur lesquels f est dérivable.

6) Soit la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

   a) Donner le domaine de définition de g.

   b) g est–elle prolongeable par continuité en –2 ?