L-S-ROGBA	DEVOIR DE SYNTHESE N°1 ***Mathématiques***	Classe : 3ème Sc-Exp
A-S :2013/2014	Prof : MBAREK Kamel	Durée : 2 Heures

EXERCICE 1 : (4 PTS)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse exacte

1/ Soit A, B et C trois points distincts si on a : $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \alpha[2\pi]$ alors une mesure de $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BA})$ est :

a) $\pi-\alpha$ **b)** $\pi+\alpha$ **c)** $\alpha-\pi$

2/ $\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{x^2(2x-1)^2}{2x^2-x}$ est égale à :

a) 0 **b)** -1 **c)** 2

3/ Soit f une fonction définie sur $IR\backslash\{\sqrt{2}\}$ et tel que $\begin{cases}\lim_{x\to\sqrt{2}^+} f(x)=\sqrt{2}\\ \lim_{x\to\sqrt{2}^-} f(x)=\sqrt{2}\end{cases}$ alors :

a) f est prolongeable par continuité en $\sqrt{2}$ **b)** f est continue en $\sqrt{2}$ **c)** $f(\sqrt{2})=\sqrt{2}$

4/ l'ensemble de définition de la fonction $x\to\frac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}$ est :

a) $]-2,2[\backslash\{1\}$ **b)** $[-2,2]\backslash\{1\}$ **c)** $IR\backslash\{1\}$

EXERCICE 2 : (7 PTS)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$.

1/ Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.

2/a) Montrer que pour tout $x\epsilon D_f$ on a: $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$.

b) Déduire que f est prolongeable par continuité en 0 et définir son prolongement.

c) Calculer $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$.

3/ Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=\begin{cases}\frac{x}{\sqrt{x^2-1}+1} & si\ x\le-1\\ \frac{2x^2-3x-5}{x^2+3x+2} & si\ x>-1\end{cases}$

a) Calculer $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$ et $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$. f est-elle continue en (-1) ?

b) Donner le domaine de continuité de f.

c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution $\propto$ dans $[2,3]$.

(Le plan est orienté dans le sens direct)

EXERCICE 3 : (4 PTS)

On considère un parallélogramme ABCD tel que $AB = 5$; $AD = 4$ *et* $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. *On désigne par I le milieu de [AD] et par H le projeté orthogonal de D sur (AB).*

1/ Calculer $\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{DH}$ *et* $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}$

2/ Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ *et déduire AH.*

3/ Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = AD^2 - \overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AD}$

4/a) Montrer que pour tout point M du plan : $MA^2 + MD^2 = 2MI^2 + 8$.

b) Déterminer et construire l'ensemble $\mathcal{C} = \{M \in P \text{ tels que } MA^2 + MD^2 = 16\}$.

EXERCICE 4 : (5 PTS)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ *et* $AC = 4$.

1/ On désigne par O le milieu de [AC] et par D le symétrique de B par rapport à O.

a) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD.

b) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$ *et déduire que* $(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}}) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$.

c) Déterminer la mesure principale de chacun des angles $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BO})$; $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OC})$ *et* $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{AD})$.

2/ Soit E le symétrique de C par rapport à (AB).

a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$.

b) Construire le point F de la droite (DC) tel que $(\widehat{\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AC}}) \equiv -\frac{43\pi}{3}[2\pi]$.

c) Montrer que les points A, E et F sont alignés.