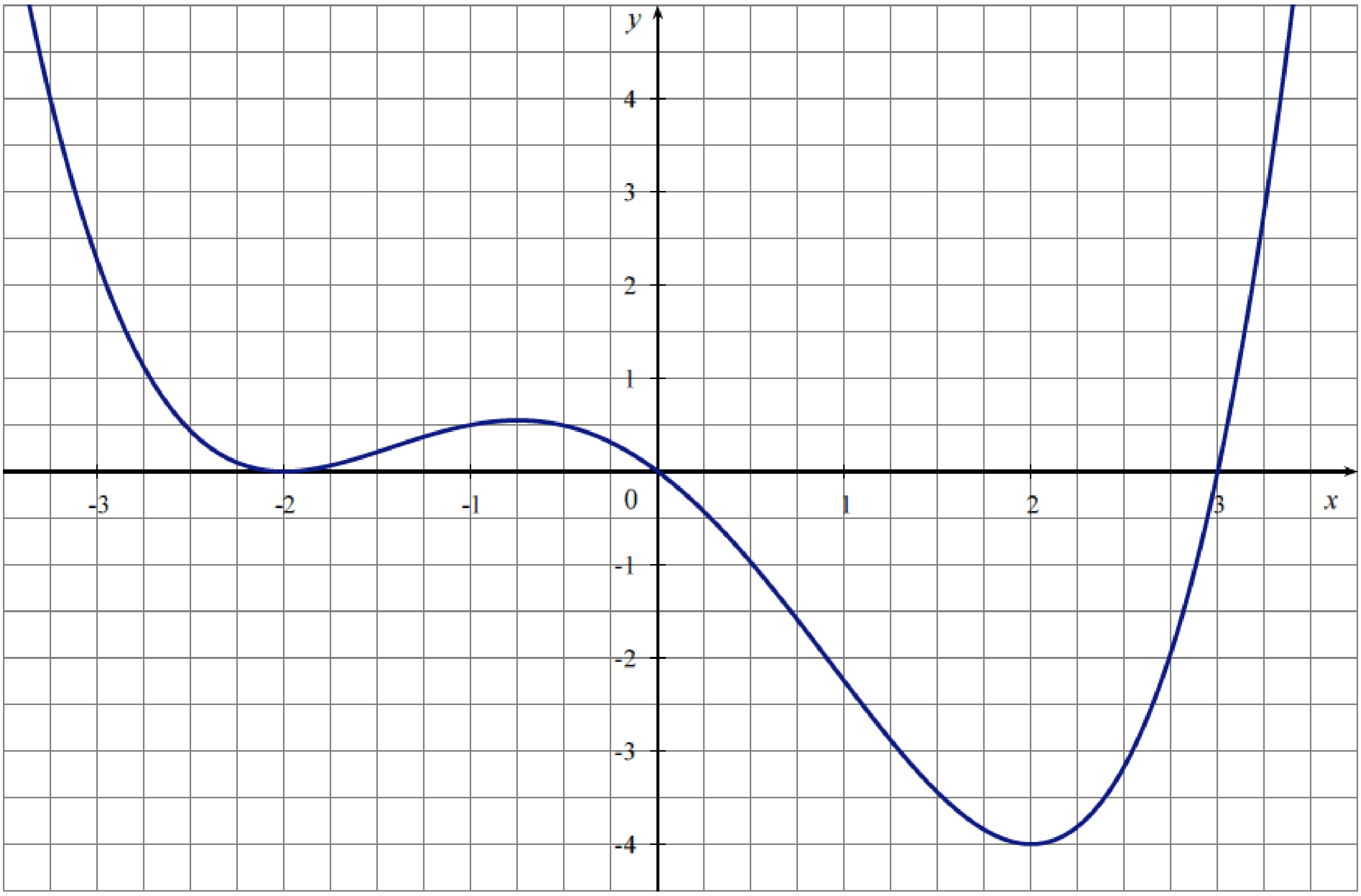
Nom : ……………………………………….. Prénom : …………………………………… Classe : ……………..

Lycee Echebbi Tadhaman Durée 2H	Devoir de contrôle N°1	Prof. : Ouerghi Chokri 3eme Science 1&2

Feuille à rendre

Exercice 1 : (3pts)

Dans la figure ci-contre ($\mathscr{C}f$) est la courbe représentative d'une fonction f définie , continue sur $\mathbb{R}$



1°) Déterminer $f\,([-2\,,3\,])$

………

2°) soit g une fonction définie sur $[-2\,,0\,[$, par $g(x) = f(x) + E(x)$

a) Tracer **<u>en stylo vert</u>** dans le même repère la courbe représentative ($\mathscr{C}g$) de la fonction g

b) Déterminer $g\,([-2\,,0\,[\,)$

………

Exercice 2 : (9pts)

1°) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}-2}{x^3-x}$

a) Montrer que l'ensemble de définition de f est $[-2\,,2\,]\setminus\{-1\,,0\,,1\}$
b) étudier la parité de f
c) étudier la continuité de f sur son domaine de définition

2°) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1}-x & si\ x \leq 0 \\ \frac{2x+3}{x+3} & si\ \ x > 0 \end{cases}$

a) Montrer que g est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,,0\,]$ et $]\,0\,,+\infty[$
b) Montrer que g est décroissante sur $]-\infty\,,0\,]$
c) En déduire que g est minorée sur $]-\infty\,,0\,]$

3°) a) Pour $x \in]\,0\,,+\infty[$, montrer que $g(x) = 2 - \frac{3}{x+3}$

b) Montrer que g est croissante sur $]\,0\,,+\infty[$

a) Montrer que g est continue en 0

d) En déduire que g est bornée sur $]\,0\,,+\infty[$

Exercice 3 : (8pts)

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB=4 et AC =2

On désigne par I le milieu du segment[AB] et par E le symétrique de C par rapport à A

1°) a) Faire une figure

b) Calculer BC puis $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

c) En déduire la mesure en radians de l'angle $A\hat{B}C$ à 10^{-3} prés

2°) a) Calculer $\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{AE}$

b) En déduire que (CI) et (IE) sont perpendiculaires

3°) Déterminer l'ensemble $\Delta = \{M \in P\ /\ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CB}\}$

4°) Soit T le milieu de [AE] . La parallèle à (BC) passant par T coupe (AB) en H

a) Calculer AH
b) Ecrire H comme barycentre des points A et B affectés des coefficients que l'on précisera.
c) Montrer que $3MA^2 - MB^2 = 2MH^2 - 24$
d) Déterminer et construire l'ensembles $\Phi = \{\,M \in P/\ 3MA^2 - MB^2 = -16\ \}$
e) Déterminer la position relative de Δ par rapport à Φ

Correction de l' *exercice 2 : (9pts)*

1°) a) $D_f = \{ x \in \mathbb{R} \,;\, 4 - x^2 \geq 0 \ \ et\, x^3 - x \neq 0\}$ $\ \acute{e}quivaut$ à $x^2 \leq 4 \ \ et\, x(x^2-1) \neq 0$ $\ \acute{e}quivaut$ à $|x| \leq 2 \ \ et\, x(x-1)(x+1) \neq 0$

$\acute{e}quivaut$ à $-2 \leq x \leq 2 \ \ et\, x \neq 0 \ \ et \ \ x \neq -1 \ \ et \ \ x \neq 1$ **D'où** $D_f = [-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$

b) $x \in [-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\} \ \ et \ \ -x \in \ [-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$

$$f(-x) = \frac{\sqrt{4-(-x)^2}-2}{(-x)^3-(-x)} = \frac{\sqrt{4-x^2}-2}{-x^3+x} = -\frac{\sqrt{4-x^2}-2}{x^3-x} = -f(x) \ \ \text{D'où f est impaire}$$

c) $x \mapsto 4-x^2$ *fonction polynome continue sur* $\mathbb{R}$, *en particulier sur* $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$

comme $4-x^2$ *positif sur* $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$ *donc* $x \mapsto \sqrt{4-x^2}$ *est continue sur* $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$

$x \mapsto -2$ *fonction constante continue sur* $\mathbb{R}$, *en particulier sur* $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$

$x \mapsto x^3 - x$ *fonction polynome continue sur* $\mathbb{R}$, *en particulier sur* $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$

comme $x^3 - x$ *non nul sur* $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$ *donc* $x \mapsto \frac{1}{x^3-x}$ *est continue sur* $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$

Par suite f est continue sur $[-2\,,2\,] \setminus \{-1\,,0\,,1\}$ *comme étant produit de deux fonctions continues sur* D_f

2°) a) $x \mapsto x^2+1$ *fonction polynome continue sur* $\mathbb{R}$, *en particulier sur* $]-\infty\,,0\,]$

comme x^2+1 *positif sur* $]-\infty\,,0\,]$ *donc* $x \mapsto \sqrt{x^2+1}$ *est continue sur* $]-\infty\,,0\,]$

$x \mapsto -x$ *fonction affine continue sur* $\mathbb{R}$, *en particulier sur* $]-\infty\,,0\,]$

Par suite g est continue sur $]-\infty\,,0\,]$ *comme étant somme de deux fonctions continues sur* $]-\infty\,,0\,]$

$x \mapsto \dfrac{2x+3}{x+3}$ *fonction rationnelle continue sur* $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$, *en particulier sur* $]\,0\,,+\infty[$

Par suite g est continue sur $]\,0\,,+\infty[$

b) Soient $a < b \leq 0$ équivaut à $a^2 > b^2$ *équivaut* à $a^2+1 > b^2+1$ *équivaut* à $\sqrt{a^2+1} > \sqrt{b^2+1}$

donc $x \mapsto \sqrt{x^2+1}$ *est décroissante sur* $]-\infty\,,0\,]$

Soient $a < b \leq 0$ équivaut à $-a > -b$ *d'ou* $x \mapsto -x$ *est une fonction décroissante sur* $]-\infty\,,0\,]$

Par suite g est décroissante sur $]-\infty\,,0\,]$ *comme étant somme de deux fonctions décroissante sur* $]-\infty\,,0\,]$

c) On a g continue et décroissante sur $]-\infty\,,0\,]$ *donc g est minorée par* $g(0)$ *or* $g(0) = 1$ *d'ou* $g(x) \leq 1$

3°) *a)* $2 - \frac{3}{x+3} = \frac{2(x-3)-3}{x-3} = \frac{2x+3}{x+3} = g(x)$

b) $0 < a < b$ *équivaut* à $a+3 < b+3$ *équivaut* à $\frac{1}{a+3} > \frac{1}{b+3}$ *équivaut* à $\frac{-3}{a+3} < \frac{-3}{b+3}$ $\ 2 - \frac{3}{x+3}$ $\ 2 - \frac{3}{x+3}$

équivaut à $2 - \frac{3}{a+3} < 2 - \frac{3}{b+3}$ *Par suite g est croissante sur* $]\,0\,,+\infty[$

c) $\lim_{x\to0^+} \frac{2x+3}{x+3} = 1 = g(0)$ *Par suite g est continue en* 0

d) *our* $x \in]\,0\,,+\infty[$, $-\frac{3}{x+3} < 0$ équivaut à $2 - \frac{3}{x+3} < 2$ *or g continue et croissante sur* $[\,0\,,+\infty[$ **, donc** $g(0) \leq g(x)$

D'ou $1 < g(x) < 2$ *donc g est bornée sur* $[\,0\,,+\infty[$