Lycée Mateur

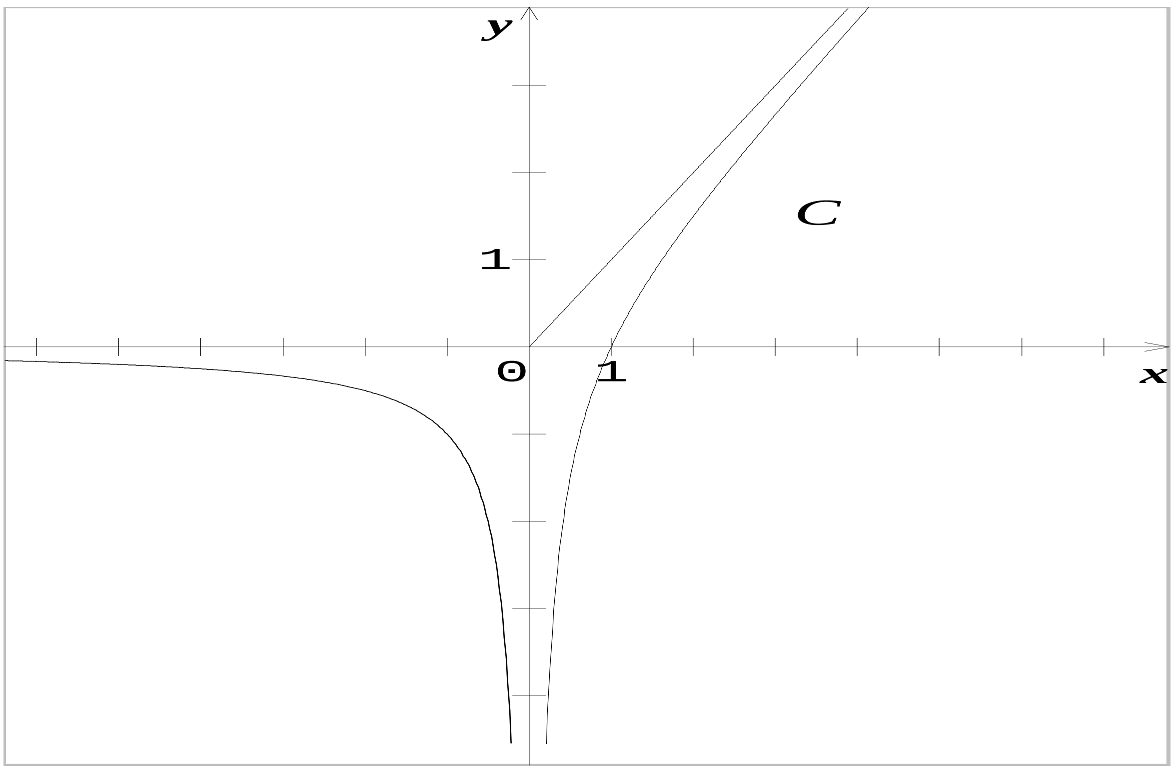
DEVOIR DE CONTRÔLE N:1

Hamda Abbes | **Mathematiques** | **4ECO**

04/11/2014

EXERCICE :1 (7.5p)

On considére la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ dont la courbe représentative C est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé,et la demi-droite d'équation $y = x$.



1. Déterminer graphiquement :
   (a) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
   (b) $\lim_{x\to 0} f(x)$, la fonction f est -elle continue en 0 ?
   (c) Déterminer les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.
   (d) Préciser les images des intervalles $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$ par la fonction f.
2. Montrer que la fonction f réalise une bijection de $]0; +\infty[$ dans $\mathbb{R}$.
3. Déduire graphiquement $f^{-1}(0)$.
4. Montrer que l'équation $f^{-1}(x) = 2$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.

WWW.DEVOIR@T.NET © 2014

EXERCICE N:2 (4p)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;3]$ par : $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$ et g la fonction définie sur $[2;+\infty[$ par : $g(x) = -x^2 + 4x - 1$.

1. Montrer que pour tout $x \in [2;+\infty[$, $(f \circ g)(x) = x$.
2. Montrer que pour tout $x \in]-;3]$, $(g \circ f)(x) = x$.
3. Est-ce que dans cet exemple $g \circ f = f \circ g$? justifier.

EXERCICE N:3 (8.5p)

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

1. Calculer M^2, et vérifier que $M^2 - 5M + 6I_3 = O_3$.
   (a) En déduire que $M^{-1} = -\frac{1}{6}M + \frac{5}{6}I_3$.
   (b) Calculer M^{-1}.
2. Soit le système (S) $\begin{cases} \quad\quad 2y + 4z = -1 \\ -x + 3y + 2z = 1 \\ -x + y + 4z = 3 \end{cases}$
   (a) Donner la représentation matricielle du système (S).
   (b) Résoudre le système (S).
3. Soit la matrice $A = M - 2I_3$.
   (a) Calculer A^2 et A^3.
   (b) En déduire l'expression A^{2014}.

WWW.DEVOIR@T.NET © 2014

WWW.DEVOIR@T.NET © 2014