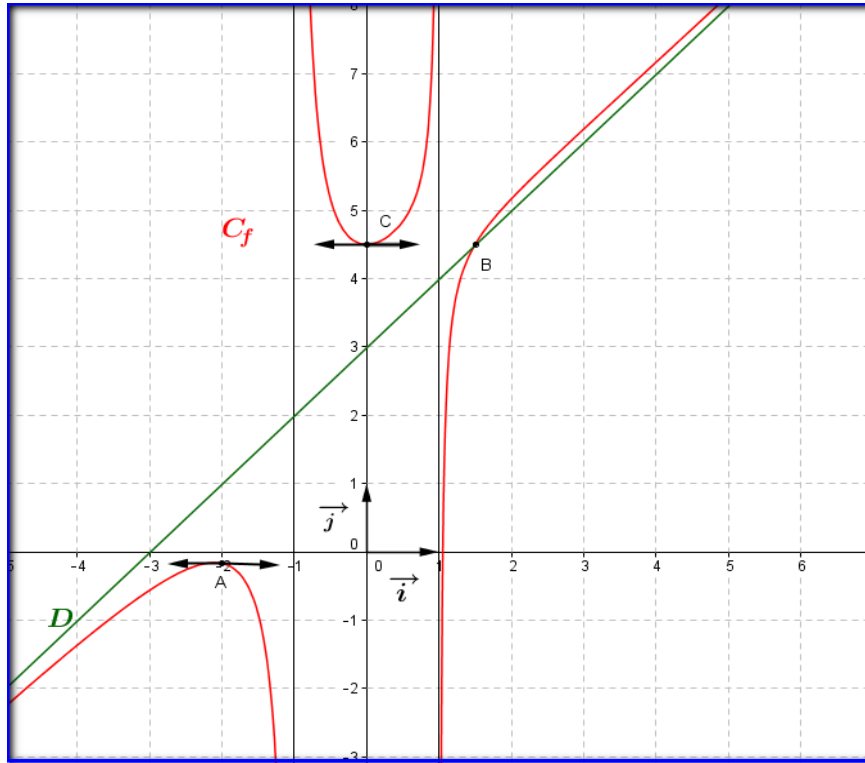


le sujet comporte 3 pages.

Exercice 1 (4points)

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe C_f représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$. les points $A\left(-2; -\frac{1}{6}\right)$, $C\left(0; \frac{9}{2}\right)$, la droite D l'asymptote oblique à C_f au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$, et deux droites d'équations $x = -1$, $x = 1$ asymptotes verticales à C_f .



1. Par lecture graphique :

- Déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
 - Déterminer les réels a et b tels que $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.
- Déterminer $f'(-2)$ et $f'(0)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
 - En déduire que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution dans $]1, 2[$.
 - Préciser $f(]1, +\infty[)$.
 - Montrer que f réalise une bijection de $]1, +\infty[$ dans \mathbb{R} .

Exercice 2 (6.5points)

- Ecrire sous forme algébrique $(2 + 3i)^2$.
 - Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $(E) : z^2 + (2 - i)z + 2 - 4i = 0$
- On considère le polynôme $P(z) = z^3 - (1 + i)z^2 - (4 + i)z - 6 + 12i$.
 - Vérifier que 3 est une solution de l'équation $P(z) = 0$.
 - chercher a et b tels que $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$.
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.
- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On désigne par A , B et C les points d'affixes respectives $2i$, $-2 - i$ et 3 .
 - Placer les points A , B et C . Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
 - Déterminer l'affixe du point D tel que $ABDC$ est un carré.
- Déterminer et construire l'ensemble Δ des points M d'affixe z tels que $\left| \frac{z - 3}{z + 2 + i} \right| = 1$.

Exercice 3 (5points)

On considère les matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ et $N = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 14 & 2 & 8 \\ 6 & 2 & 2 \\ 12 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

- Calculer $M.N$
 - En déduire que M est inversible, et déterminer la matrice M^{-1} .
- Soit le système $(S) : \begin{cases} -x - 2y + 3z & = 5 \\ 2y - z & = 3 \\ 3x + y - 4z & = -10 \end{cases}$
 - Donner l'écriture matricielle du système (S) .
 - Résoudre le système (S) .
- Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & -\frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$
 - Calculer $A.B$.
 - Déduire que B est inversible et que $B^{-1} = M^{-1}.A$

Exercice 4 (4.5points)

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$h(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & \text{si } x < 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1. Montrer que la fonction h est continue en 1.
 - (a) Montrer que la fonction h dérivable à gauche en 1 ,et déterminer $h'_g(1)$.
 - (b) Etudier la dérivabilité à droite de la fonction h en 1.
 - (c) La fonction h et elle dérivable en 1 ?
2. Déterminer l'équation de T_g demi-tangente à gauche au point d'abscisse 1.
3. Calculer $h'(x)$ pour $x \leq 1$, et $h'(x)$ pour $x > 1$.

Bon travail
10/12/2014