Classe :$4^{ème}$sc-sxp$_2$ A.S :2014-2015	**Devoir à la maison n°1**	L.S.Elksour Prof :B.Anis

EXERCICE N°1

1)Calculer $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2$.

2)On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) :$2z^2-a\left(7+i\sqrt{3}\right)z+2a^2\left(3+i\sqrt{3}\right)=0$ ou a est un nombre complexe non nul.

a)Déterminer les solutions z_1 et z_2 de l'équation (E).

b)Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{U},\vec{V}\right)$ on désigne par A, M_1 et M_2 les points d'affixes respectives a , z_1 et z_2 .Montrer que le triangle AM_1M_2 est équilatéral.

EXERCICE N°2

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{U},\vec{V}\right)$.

1)Déterminer les racines cubiques de 216.

2)On désigne par A,B et C les points images de ces racines .On note A le point dont l'affixe est réel et B celui dont l'affixe a une partie imaginaire positive. Construire A,B et C.

3)Soit F le point d'intersection de la droite (AC)et l'axe (O,$\vec{V}$).

a)Déterminer z_F l'affixe du point F .Vérifier que $(z_F)^3=24i\sqrt{3}$.

b)Déterminer alors les autres racines.

4)Soit D et E les points images de ces deux racines .On note D le point dont l'affixe a une partie réelle positive.

a)Construire D et E.

b)Montrer que les point D et E sont respectivement sur les segments [AB] et [BC]

et que AD = BE =CF

EXERCICE N°3

Soit f une fonction définie et dérivable sur [0,1] telle que f'(x)=$\frac{1}{1+x^2}$ $\forall x \in [0,1]$ et f(0)=0.

1)a)Montrer que pour tout t$\in [0,1]$,$\frac{1}{2}\leq f'(t)\leq 1$.

b)En déduire que pour tout x$\in [0,1]$,$\frac{1}{2}x\leq f(x)\leq x$.

2)Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ par g(x)=f(tanx).

a)Montrer que g est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ et calculer g'(x).

b)Montrer que pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ on a g(x)=x.

c)En déduire que f(1)=$\frac{\pi}{4}$

EXERCICE N°4

Soit f une fonction deux fois dérivable sur IR telle que f(2) = 2 et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan .Dans le graphique ci-dessous (C')est la courbe de la fonction dérivée f' de f.

L'axe des abscisses est une asymptote de (C').

1)a)Etudier la monotonie de f sur IR.

b)Etudier la monotonie de f' sur IR.

2)Montrer que (C) admet exactement deux points d'inflexions dont on précisera leurs abscisses.

3)Montrer que (C) admet exactement deux tangentes horizontales

.4)Montrer que la tangente T à (C) au point d'abscisse 2 passe par le point A(0,1).

5)Soit U la suite définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = \frac{5}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \forall n \in IN \end{cases}$

a)Montrer que $U_n \geq 2$ $\forall n \in IN$.

b)Montrer que $|U_{n+1} - 2| \leq \frac{1}{2}|U_n - 2|$ $\forall n \in IN$.

c)En déduire que $|U_n - 2| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $\forall n \in IN$.

d)Déterminer alors $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

Classe :4èmesc-sxp$_2$
A.S :2014-2015

Devoir à la maison n°1

L.S.Elksour
Prof :B.Anis

EXERCICE N°5

Soit f la fonction définie sur [0,2[par $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-x^2}} & si\ x \in\ ]0,2[\\ f(0) = 0 \end{cases}$

1)a)Montrer que f est continue à droite en 0.

b)Etudier la dérivabilité à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

c)Montrer que f est dérivable sur]0,2[et que $f'(x) = \frac{x}{\left(\sqrt{2x-x^2}\right)^3}$ $\forall\ x \in]0,2[$

d)Dresser le tableau de variation de f.

2)a)Montrer que f réalise une bijection de [0,2[sur [0,+∞[

b)Montre que $f^{-1}(x)=\frac{2x^2}{1+x^2}$ $\forall\ x \in [0,+\infty[$

c)Tracer dans le même repère les courbes (C) et (C’) de f et f^{-1}(On précisera la tangente au point d’abscisse 1)

3)Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$par : g(x)=$f^{-1}$(tanx)

a)Montrer que pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ g(x)=1-cos(2x)

b)Montrer que g réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ sur [0,2]

c)Calculer $g^{-1}(0)$ et $g^{-1}(\frac{1}{2})$

d)g^{-1} est-elle dérivable à droite en 0 ?

c)Montrer que g^{-1} est dérivable sur]0,2[et que $(g^{-1})'(x)=\frac{1}{2\sqrt{2x-x^2}}$ $\forall x \in]0,2[$.