

### Exercice 1:

Soit  $\alpha$  et  $\beta$  deux réels tel que  $\beta \neq 0$ . Soit  $(\vec{u}, \vec{v})$  un angle orienté, dont une mesure en radian est  $\theta = \frac{\alpha}{\beta}\pi$ .

Montrer que  $\left(\frac{\alpha}{\beta} + 2E\left(\frac{\beta - \alpha}{2\beta}\right)\right)\pi$  est la mesure principale de  $(\vec{u}, \vec{v})$  où  $E(x)$  la partie entière du réel  $x$ .

### Exercice 2:

Le plan  $P$  est orienté dans le sens direct. On considère un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$ ,

tel que:  $\left(\widehat{\vec{CB}, \vec{CA}}\right) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$

1. (a) Montrer que  $\left(\widehat{\vec{BC}, \vec{BA}}\right) \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]$

(b) Construire le triangle  $ABC$ .

2. On désigne par  $I$  le milieu de  $[BC]$ , la médiatrice  $\Delta$  de  $[BC]$  coupe  $(AC)$  en  $J$ .

(a) Donner la mesure principale de l'angle  $\left(\widehat{\vec{BC}, \vec{BJ}}\right)$

(b) Montrer que les points  $A, B, I$  et  $J$  appartiennent à un même cercle  $\varsigma$  que l'on précisera.

(a) Montrer que  $\left(\widehat{\vec{JA}, \vec{JB}}\right) \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]$ .

(b) Dédurre la construction de l'ensemble  $\Gamma = \left\{M \in P / \left(\widehat{\vec{MA}, \vec{MB}}\right) \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]\right\}$ .

### Exercice 3:

Soit  $A$  et  $B$  deux points du plan tels que  $AB = 4 \text{ cm}$

1. Construire le point  $G$  tel que  $\left(\widehat{\vec{AB}, \vec{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$  et  $AB = AC$

2. Soit  $D$  tel que  $ACD$  un triangle équilatéral et  $\left(\widehat{\vec{CA}, \vec{CD}}\right) \equiv \frac{17\pi}{3} [2\pi]$ . Déterminer la mesure principale de  $\left(\widehat{\vec{CA}, \vec{CD}}\right)$  et construire  $D$ .

3. Construire le point  $E$  tel que  $\left(\widehat{\vec{DE}, \vec{DC}}\right) \equiv \frac{11\pi}{12} [2\pi]$  et  $DE = 3 \text{ cm}$ .

4. Démontrer que les droites  $(AB)$  et  $(ED)$  sont parallèles.

5. Construire  $F$  tel que  $A, F$ , et  $C$  sont alignés et  $\left(\widehat{\vec{BF}, \vec{CD}}\right) \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$ .

6. Démontrer que les droites  $(AB)$  et  $(BF)$  sont perpendiculaires.

**Exercice 4:**

Dans le plan orienté, on considère un triangle  $ABC$  isocèle en  $A$  de sens direct et  $\Omega$  son cercle circonscrit. Soit  $M$  un point de l'arc  $\widehat{BC}$  distinct de  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

On note  $H$  et  $K$  les projetés orthogonaux de  $M$  respectivement sur  $(BC)$  et  $(AC)$ .

- Justifier que  $H$  et  $K$  appartiennent au cercle  $\zeta$  de diamètre  $[CM]$ .
  - Montrer que  $\left(\overrightarrow{KH}, \overrightarrow{KM}\right) \equiv \left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CM}\right) [2\pi]$ .
  - En déduire que  $\left(\overrightarrow{KH}, \overrightarrow{KM}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}\right) [2\pi]$
- Le cercle  $\zeta'$  de diamètre  $[AM]$  recoupe  $(AB)$  en  $L$ . Montrer que  $\left(\overrightarrow{KM}, \overrightarrow{KL}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}\right) [2\pi]$
- Montrer alors que les points  $H$ ,  $K$  et  $L$  sont alignés.

**Exercice 5:**

$ABC$  est un triangle inscrit dans un cercle  $\zeta$  de centre  $O$  tel que  $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$ .

Soit  $\omega = S_{(AB)}(O)$ , Montrer que  $(\omega B) \perp (\omega C)$

**Exercice 6:**

On considère dans le plan un triangle  $ABC$  inscrit dans un cercle  $\Gamma$  de centre  $O$  et tel que:

$$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi].$$

$$\text{Soit } \Gamma' = \left\{ M \in P / \left(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}\right) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi] \right\}$$

- Vérifier que  $O \in \Gamma'$ .
- Déterminer et construire  $\Gamma'$ .