

EXERCICE 1 (3pts)

Cocher la réponse correcte. (Aucune justification n'est demandée)

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2} \right)$ est

a) $\frac{1}{6}$

b) 0

c) $\frac{3}{2}$

2) Si une fonction f vérifie $\forall x > 0 : f(x) > \frac{1}{x}$ alors $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ est

a) 0

b) $+\infty$

c) $-\infty$

3) L'inverse de $\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ est

a) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

EXERCICE 2 (6pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} - x, & \text{si } x \leq -1 \\ -x^3 - 3x - 3, & \text{si } x > -1 \end{cases}$

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) Calculer $f(1)$.

2) Montrer que f est continue en 1.

3) a) Montrer que f est strictement décroissante sur $] -1, +\infty[$.

b) Dédire alors $f(] -1, +\infty[)$

4) a) Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in] -1, 0[$.

b) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

5) Etudier le signe de $f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

EXERCICE 3 (5pts)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1) Préciser les valeurs des coefficients a_{31} et a_{21} de la matrice A .

2) Montrer que A est inversible.

3) a) Calculer A^2

b) Soit $B = 4A - A^2$. Vérifier que $B = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 7 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

c) Calculer $A \times B$ et en déduire A^{-1} .

4) Résoudre par un calcul matriciel le système suivant $(S) : \begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ -3x + y - z = 5 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$

EXERCICE 4 (6pts)

La figure ci –contre est courbe représentative d’une fonction dans un repère orthonormé.

1) Déterminer par une lecture graphique :

a) Le domaine de définition D_f .

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}}\right)$

c) $f(]-1, 1[)$

2) Dresser le tableau de variation de f .

3) résoudre graphiquement l’équation $f(x) = 0$.

BON TRAVAIL