

Prof :B.Anis

Classe :

3<sup>ème</sup> sc-exp

## Devoir de contrôle n°1

### Mathématiques

Durée :2h

#### EXERCICE N°1(7 pts)

I) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x^2 + 2x$

1) Montrer que pour tout réels  $x$  on a :  $f(x) = -(x-1)^2 + 1$

2) Montrer que  $f$  est décroissante sur  $[1; +\infty[$  et croissante sur  $] -\infty; 1]$ .

3) Montrer que  $f$  admet un maximum sur  $\mathbb{R}$  que l'on précisera.

4)a) Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

b) Déterminer les images des intervalles  $I = [-1; 1]$  et  $J = [2; 4]$ .

II) Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + 2x}}{x^2 + 1}$ .

1) Déterminer  $D_g$  l'ensemble de définition de la fonction  $g$ .

2) Montrer que  $g$  est continue sur  $D_g$ .

3) Montrer que l'équation  $g(x) = \frac{1}{4}$  admet au moins une solution dans l'intervalle  $[1; 2]$

#### EXERCICE N°2(6.5pts)

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral tel que  $AB = 3$ . Soit  $I$  le milieu du segment  $[AB]$

et  $D$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $C$ .

1)a) Montrer que  $AD = 3\sqrt{3}$ .

b) Vérifier que  $ABD$  est un triangle rectangle en  $A$ .

2) Calculer  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  et  $\vec{BD} \cdot \vec{AC}$ .

3)a) Montrer que pour tout point  $M$  du plan on a :  $MA^2 - MB^2 = 2\vec{IM} \cdot \vec{AB}$ .

b) En déduire l'ensemble  $\Delta$  des points  $M$  du plan tel que  $MA^2 - MB^2 = -9$

4) Déterminer l'ensemble ( C ) des points M du plan tel que  $MA^2 + MB^2 = 9$

5) Soit G le barycentre des points pondérés (A,3) et (B,-2).

a) Montrer que pour tout point M du plan on a :  $3MA^2 - 2MB^2 = MG^2 - 54$

b) Déterminer alors l'ensemble F des points M du plan tel que :

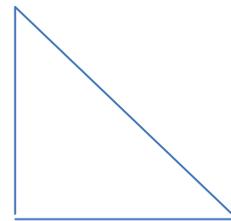
$$3MA^2 - 2MB^2 = -38.$$

### EXERCICE N°3(6,5pts)

Soit EFG un triangle isocèle et rectangle en E

$$\text{tel que } (\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

On désigne par A le point de [ FG ] tel que EF = FA.



1) Construire les points F' et A' tel que les triangles

EFF' et EAA' soient deux triangles équilatéraux directs

2)a) Quelle est la nature des triangles AEF et AFF'

b) Trouver la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$$(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF}); (\overrightarrow{FF'}; \overrightarrow{FA}); (\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AF'}) \text{ et } (\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF'}).$$

3)a) Construire le cercle passant par E et F et tangent à ( FG ) en F.

b) En déduire la construction de l'ensemble des points M du plan tel que :

$$(\overrightarrow{MF}; \overrightarrow{ME}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

# Bon travail