

Exercice 1 (4,5 pts)

Les réponses seront présentées sans aucune justification.

A) QCM

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{1-|x|}}{x}$.

1. L'ensemble de définition de f est :

- a) \mathbb{R}^* . b) $]1,1[\setminus \{0\}$. c) $[-1,1] \setminus \{0\}$.

2. La fonction f est :

- a) paire. b) impaire. c) sans parité.

3. Sur l'intervalle $]0,1[$, la fonction f est :

- a) croissante. b) décroissante. c) non monotone.

B) Vrai ou Faux

Soit $[AB]$ un segment de longueur 4 cm et de milieu I .

- $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BI}$ est un réel strictement positif.
- L'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB}$ est le cercle de diamètre $[AB]$.
- L'ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ est la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 2 (7 pts)

Observer la figure ci-contre où ABC est un triangle et I est le milieu de $[BC]$.

On donne : $\widehat{AIB} = \frac{\pi}{3}$, $BI=IC=2$ et $AI=3$.

1. a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AI^2 - IB^2$ puis donner la valeur de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

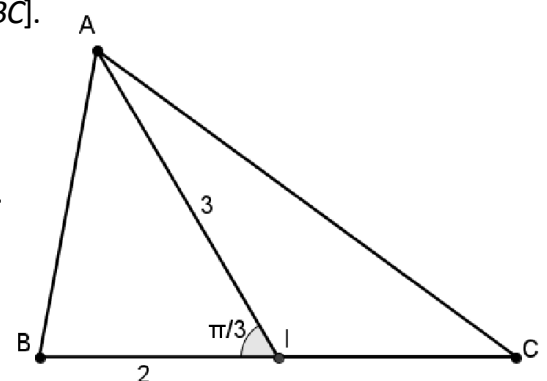
b) Montrer que $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2} = 26$

2. a) Montrer que $AB^2 - AC^2 = -4\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IA}$.

b) En déduire que $AB^2 - AC^2 = -12$

3. a) Montrer que $AB = \sqrt{7}$ et $AC = \sqrt{19}$.

b) Vérifier que $\cos \widehat{BAC} = \frac{5}{\sqrt{133}}$ puis en déduire une valeur approchée au degré près de l'angle \widehat{BAC} .



4. Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC) . Montrer que $AH = \frac{5}{\sqrt{19}}$.

Exercice 3 (5 pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 2)(|x| - 2)$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer $f(-1)$ et $f(1)$ et en déduire que f n'est ni paire ni impaire.
2. a) Expliciter les restrictions de f à chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $[0, +\infty[$.
b) Tracer la courbe \mathcal{C} de f .
3. a) Tracer dans le même repère la droite Δ d'équation $y = x - 2$.
b) Résoudre graphiquement $f(x) = x - 2$ et $f(x) > x - 2$.

Exercice 4 (3,5 pts)

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-|x|}}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de g et vérifier qu'elle est paire.
2. a) Montrer que g est strictement décroissante sur $[0, 1[$.
b) En déduire le tableau de variation de g .
c) Déterminer le maximum de g sur son ensemble de définition.