

Série d'exercices (limites et formules trigonométriques) niveau 3^{ème}tech

Exercice n°1 Déterminer le domaine de définition de f et calculer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$

1) $f(x) = x^3 + 3x - x^8 + 3$ 2) $f(x) = \frac{21 - 3x^3 + x^2}{x^2 + 3x - 4}$ 3) $f(x) = \sqrt{|x| - 4}$ 4) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{5}{x}$ 5) $f(x) = x^2 + 3x - \frac{1}{1+x}$

6) $f(x) = \sqrt{x + 4} - \sqrt{x}$.

Exercice n°2 Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow -1} x^2 + 3x - \frac{1}{1+x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x-15}{x^2-4x-5}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2-9}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\sqrt{x-4}}{x-4}$

5) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{-3}{\sqrt{2x-1}}$.

Exercice n°3

1) Soit $f(x) = \frac{x}{2} - 3\sqrt{x}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de f. b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) Soit $g(x) = \frac{x-2\sqrt{x}}{3x-1}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de f. b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

3) Soit $h(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de h. b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$

4) Soit $K(x) = \frac{x^2+x}{x^2-x-2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de K. b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -1} K(x)$

5) Soit $J(x) = \frac{x^2-9}{\sqrt{x^2-6x+9}}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de J. b) Calculer la limite de f en $+\infty$; $-\infty$ et en 3

Exercice n°4 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-8}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1) Déterminer les limites à droite et à gauche en 2.

2) f admet-elle une limite en 2 ?

Série d'exercices (limites et formules trigonométriques) niveau 3^{ème}tech

Exercice n°5 Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x - 1}{x}$.

Exercice n°6

1) Exprimer en fonction de $\sin x$ et $\cos x$ les expressions suivantes :

$$A = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin(\pi - x) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) \quad B = \sin\left(-\frac{23\pi}{2} + x\right) + \cos(13\pi + x) + \cos\left(\frac{31\pi}{2} + x\right)$$

2) Montrer que pour tout réel x on a :

$$\cos\left(\frac{30\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) - \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \cos(2x)$$

$$\sin(3\pi - x) \sin\left(\frac{21\pi}{2} + x\right) - \cos(\pi - x) \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) = \sin(2x).$$

3) Montrer que pour tout $x \neq k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$ on a :

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2 \quad \text{et} \quad \frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 4 \cos 2x$$

4) Calculer $\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

5) Soit $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ ou x est un réel

a) Montrer que $f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right)$

b) Calculer $f(0)$ et en déduire $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

6) Soit $f(x) = \frac{1 + \cos 2x + 4 \cos 4x}{1 - 2 \cos 2x + \cos 4x}$

a) Montrer que pour tout réels x on a : $1 - 2 \cos 2x + \cos 4x = 2 \cos 2x \cdot (\cos 2x - 1)$

b) En déduire que pour tout x de D_f on a : $f(x) = \frac{-1}{\tan^2 x}$

c) Montrer alors que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$