

❖ $z = a + ib$; a et b sont deux réels : forme cartésienne ou algébrique de z , $a = \text{Re}(z)$ et $b = \text{Im}(z)$.

$\bar{z} = a - ib$: le conjugué de z $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$: module de z .

$z + \bar{z} = 2\text{Re}(z)$	$z - \bar{z} = 2i\text{Im}(z)$	$z \cdot \bar{z} = \text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2 = z ^2$
-------------------------------	--------------------------------	---

Pour tout nombre complexe z et z_0 on a : $(z - z_0)(\bar{z} - \bar{z}_0) = z^2 - 2\text{Re}(z_0)z + |z|^2$.

❖ z est réel ssi $\text{Im}(z) = 0$ ssi $z = \bar{z}$.

z est imaginaire ssi $\text{Re}(z) = 0$ ssi $\bar{z} = -z$.

❖ Le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

A tout point M (a , b) on associe le nombre complexe $z = a + ib$ noté aff(M) où z_M . On a :

$OM = |z|$ et $(\vec{u}, \overrightarrow{OM}) \equiv \arg(z)(2\pi)$

$M' = S_{(Ox)}(M)$ ssi $\bar{z}_M = z_{M'}$;	$M' = S_{O}(M)$ ssi $z_{M'} = -z_M$	$M' = S_{(Oy)}(M)$ ssi $-\bar{z}_M = z_{M'}$
---	-------------------------------------	--

Opérations sur les arguments:

$\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') [2\pi]$	$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') [2\pi]$	$\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z) [2\pi]$
$\arg(z^n) = n \arg(z) [2\pi]$	$\arg(\bar{z}) = -\arg(z) [2\pi]$	$\arg(-z) = \pi + \arg(z) [2\pi]$

L'affixe du vecteur \overrightarrow{AB} est $z_B - z_A$

$|z_B - z_A| = AB$ et $\arg(z_B - z_A) \equiv (\vec{u}, \overrightarrow{AB})(2\pi)$

L'affixe du milieu de [AB] est $\frac{z_A + z_B}{2}$.

M d'affixe z appartient à la médiatrice de [AB] ssi $|z_M - z_A| = |z_M - z_B|$

M d'affixe z appartient au cercle de centre A et de rayon r ssi $|z_M - z_A| = r$

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \equiv \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)(2\pi)$

\vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que \vec{v} est non nul

\vec{u} et \vec{v} sont **colinéaires** ssi $\frac{\text{aff}(\vec{u})}{\text{aff}(\vec{v})}$ est **réel** .

\vec{u} et \vec{v} sont **orthogonaux** ssi $\frac{\text{aff}(\vec{u})}{\text{aff}(\vec{v})}$ est **imaginaires** .

❖ $\left| \frac{z_A - z}{z_B - z} \right| = \frac{MA}{MB}$ et $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \arg\left(\frac{z_B - z_M}{z_A - z_M}\right)(2\pi)$

➤ {M un point du plan tel que , $\frac{MA}{MB} = 1$ } = med [AB].

➤ {M(z) tel que , $\arg(z - z_A) \equiv \theta(2\pi)$ } = la demi droite [AT) privé du point A tel que $(\vec{u}, \overrightarrow{AT}) \equiv \theta(2\pi)$.

➤ {M(z) tel que , $\arg(z - z_A) \equiv \theta(\pi)$ } = la droite (AT) privé du point A tel que $(\vec{u}, \overrightarrow{AT}) \equiv \theta(2\pi)$.

➤ $\{M(z) \text{ tel que } (\overline{MA}, \overline{MB}) \equiv \theta(2\pi); \theta \neq k\pi\}$ = l'arc AB privé des points A et B du cercle passant par A et B et tangent à [AT] tel que $(\overline{AT}, \overline{AB}) \equiv \theta(2\pi)$.

Remarque : Si $\theta \equiv \frac{\pi}{2}(\pi)$, l'ensemble est le demi cercle de diamètre [AB] privé de A et B.

➤ $\{M \text{ du plan tel que } (\overline{MA}, \overline{MB}) \equiv \theta(2\pi); \theta \neq k\pi\}$ = cercle passant par A et B privé des points A et B et tangent à [AT] tel que $(\overline{AT}, \overline{AB}) \equiv \theta(2\pi)$.

Remarque : Si $\theta \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$, l'ensemble est le cercle de diamètre [AB] privé de A et B.

❖ $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$: forme trigonométrique de z avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos \theta = \frac{a}{r}$ et $\sin \theta = \frac{b}{r}$.

$z = re^{i\theta}$: forme exponentielle de z. **Formule de Moivre :** $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ ou $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$

$z = re^{i\theta}, r > 0 \Leftrightarrow |z| = r$ et $\arg(z) \equiv \theta(2\pi) \Leftrightarrow OM = r$ et $(\vec{u}, \overline{OM}) \equiv \theta(2\pi)$.

Opposé : $-z = re^{i(\theta+\pi)}$	Conjugué : $\bar{z} = re^{-i\theta}$
Produit : $re^{i\theta} \cdot r'e^{i\theta'} = rr'e^{i(\theta+\theta')}$	Quotient : $\frac{re^{i\theta}}{r'e^{i\theta'}} = \frac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$
Puissance : $(re^{i\theta})^n = r^n e^{in\theta}$	$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

$$1 + e^{ix} = 2 \cos \frac{x}{2} e^{i\frac{x}{2}} \quad \text{et} \quad 1 - e^{ix} = -2i \sin \frac{x}{2} e^{i\frac{x}{2}}$$

$$M(z) \in \zeta_{(A(z_0), R)} \Leftrightarrow |z - z_0| = R \Leftrightarrow \text{il existe } \theta \in \mathbb{R}, z = z_0 + Re^{i\theta}$$

❖ $z^n = 1$ ssi $z_k = e^{i\frac{2k\pi}{n}}$, $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$, racines nièmes de l'unité.

$z^n = a$ ssi $z_k = re^{i(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n})}$ avec $r^n = |a|$ et $\arg(a) \equiv \theta(2\pi)$, $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

❖ **Equation : $az^2 + bz + c = 0$**

On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$ et on cherche δ une racine carré de Δ .

$$\text{Si } \delta = x + iy \text{ alors } \begin{cases} x^2 + y^2 = |\Delta| \\ x^2 - y^2 = \text{Re}(\Delta) \\ 2xy = \text{Im}(\Delta) \end{cases}$$

$z' = \frac{-b - \delta}{2a}$ et $z'' = \frac{-b + \delta}{2a}$ sont les solutions de l'équation.

$$z + z' = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad zz' = \frac{c}{a}$$

❖ **P(z)=0 équation de degré n :**

Si z_0 solution de $P(z)=0$ alors $P(z) = (z-z_0)Q(z)$ est un polynôme de degré n-1.