



# SUJET DE REVISION -- MATHEMATIQUES

Sections : SCIENCES EXPERIMENTALES & SCIENCES TECHNIQUES

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

## Exercice 1 :

On a représenté ci-dessous dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe  $(C)$  d'une fonction  $f$  solution de l'équation différentielle  $(E) : y' + y = e^{-x}$ , et sa tangente au point d'abscisse  $(-1)$ ,

- La courbe  $(C)$  admet une branche parabolique de direction  $(O, \vec{j})$  au voisinage de  $-\infty$ ,
- L'axe des abscisses est une asymptote à la courbe  $(C)$ .

1) Par lecture graphique, déterminer :

a -  $f(0)$  et  $f'(-1)$ ,

b -  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

2) a - Montrer que  $f'(0) = -1$ ,

b - En déduire une équation de la tangente à  $(C)$  point d'abscisse 0.

3) a - Montrer que  $f(-1) = e$ ,

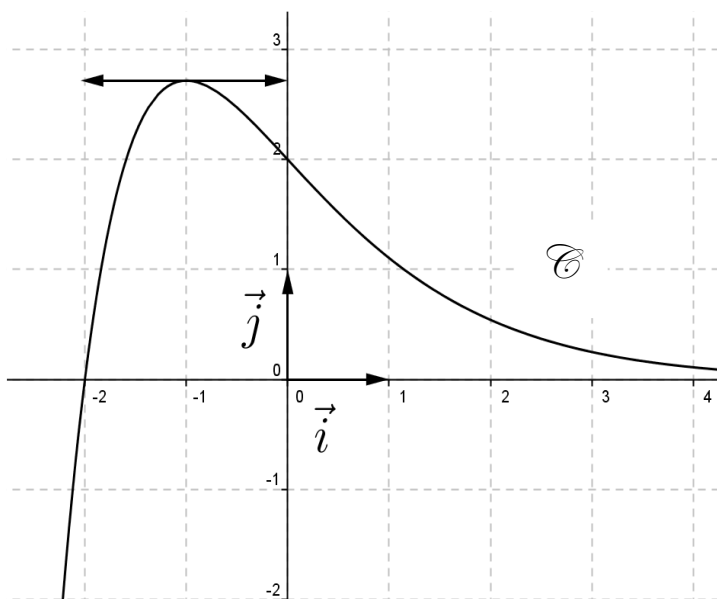
b - Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe  $(C)$  l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -1$  et  $x = 0$ .

4) a - Montrer que la fonction  $u(x) = xe^{-x}$  est une solution de  $(E)$ ,

b - Résoudre l'équation différentielle  $(E_0) : y' + y = 0$ .

c - Montrer qu'une fonction  $g$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  est solution de  $(E)$  si et seulement si  $(g - u)$  est solution de  $(E_0)$ . En déduire toutes les solutions de  $(E)$ .

d - Déterminer alors la fonction  $f$ .



## Exercice 2 :

### Partie A :

Soit  $\varphi$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $\varphi(x) = e^x + x + 1$ .

1) Etudier le sens de variation de  $\varphi$

2) Montrer que l'équation  $\varphi(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha \in [-1,28 ; -1,27]$

3) Etudier le signe de  $\varphi(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .

### Partie B :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$  et  $(C)$  sa courbe représentative

dans le plan muni d'un repère orthonormée  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(Unité graphique : 1 cm pour l'axe des abscisses et 2 cm pour l'axe des ordonnées)

1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . Interpréter le résultat.

b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

c) Montrer que  $f(\alpha) = \alpha + 1$  et en déduire un encadrement de  $f(\alpha)$

2) a) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = \frac{e^x \varphi(x)}{(e^x + 1)^2}$ ,

b) En déduire le tableau de variation de  $f$ .

3) a) Donner une équation de la tangente  $T$  à  $(C)$  au point d'abscisse 0

b) Etudier la position de  $(C)$  par rapport à  $T$ .

4) Démontrer que la droite  $D$  d'équation  $y = x$  est asymptote à  $(C)$  et étudier la position de  $(C)$  par rapport à  $D$ .

5) Tracer sur un même graphique les droites  $T$ ,  $D$  et la courbe  $(C)$ .

### Exercice 3 :

Une étude statistique indique que 95 % des téléviseurs fabriqués par une entreprise sont en état de fonctionnement.

On fait subir à chaque appareil un test de contrôle. On constate que :

– Un appareil est accepté dans 91,6 % des cas à l'issue du test,

– Quand un appareil est en état de fonctionnement, il est accepté dans 96 % des cas à l'issue du test,

– Quand un appareil n'est pas en état de fonctionnement, il peut être accepté

On choisit au hasard un téléviseur fabriqué par l'entreprise.

On définit les événements suivants :

$F$  : « le téléviseur est en état de fonctionnement »,

$T$  : « le téléviseur est accepté à l'issue du test ».

1) Déterminer les probabilités suivantes :  $p(F)$ ,  $p(T)$  et  $p(T/F)$

2) Calculer la probabilité que le téléviseur ne soit pas en état de fonctionnement.

3) a) Calculer la probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issue du test sachant qu'il est en état de fonctionnement .

b) Calculer la probabilité que le téléviseur soit refusé à l'issue du test et qu'il soit en état de fonctionnement

4) a) Montrer que la probabilité que le téléviseur accepté à l'issue du test et qu'il ne soit pas en état de fonctionnement est  $p(T \cap \bar{F}) = 0,004$ .

b) En déduire la probabilité que le téléviseur accepté à l'issue du test sachant qu'il n'est pas en état de fonctionnement.

5) Quelle est la probabilité pour qu'un téléviseur soit en état de fonctionnement sachant qu'il est refusé à l'issue du test ?

6)a) Un électroménager passe une commande de 3 télévisions

Calculer la probabilité qu'une télévision dans cette commande ne soit pas en état de fonctionnement.

b) L'électroménager exige que sur une commande de  $n$  télévisions la probabilité d'avoir au moins une télévision n'est pas en état de fonctionnement reste inférieure 40 % déterminer le nombre maximum de télévisions que l'on peut commander.