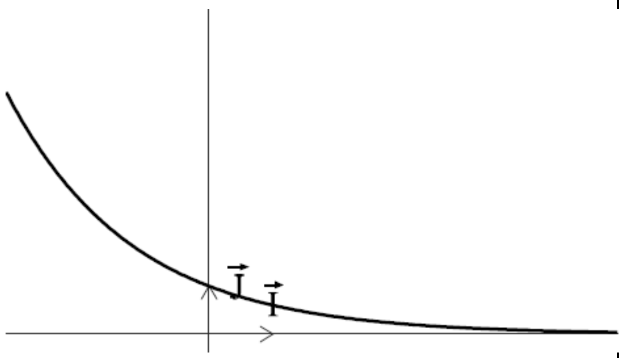
L.S.Menzel Hayat	Devoir de Synthèse 3	Afli Ahmed
10 Mai 2013	Durée :3h	4sc.exp

Exercice 1 : (3points)

Choisir la réponse juste



1./Dans la figure ci-contre ,Γ est la courbe d'une fonction f

définie sur R par :**f(x) =** $\boldsymbol{a^x}$ .alors

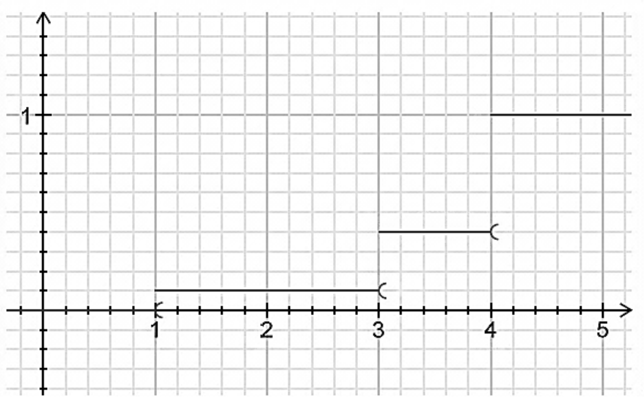
a = 0,6 a = 1,6 a= 2,6

2./$\int_0^1 2^{(2x)}dx =$ $\frac{6}{\ln(2)}$ $\frac{3}{\ln(4)}$ $\frac{3}{\ln(2)}$

3./L'ensemble des solutions de l'équation différentielle :y**'** + 2y = 1 est :

f(x) = k$e^{-x} - \frac{1}{2}$ F(x) = k$e^{2x} - 1$ F(x) = k$e^{-2x} + \frac{1}{2}$

4./ La courbe ci-contre est celle de la fonction de répartition d'une variable aléatoire X alors:



p(X= 3) = $\frac{1}{10}$

p(X= 3) =$\frac{3}{10}$

p(X= 3) = $\frac{1}{2}$

5./La durée de vie d'un appareil électronique, exprimée en année, jusqu'à ce que survienne la première panne, est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre > 0 .

i) La valeur de t pour laquelle on a : **P(*X* ≤ *t*) = P(*X*** $> t$) est :

$$t = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad t = \frac{\lambda}{\ln(2)} \quad t = \frac{\lambda}{2}$$

ii) D'après une statistique, la probabilité que l'appareil tombe en panne avant la fin de la première année est 0,18. La valeur exacte de λ est alors :

$\lambda = \ln(\frac{50}{41})$ $\lambda = \ln(\frac{41}{50})$ $\lambda = \frac{\ln(82)}{\ln(100)}$

Exercice 2: (6points)

Soit f la fonction définie sur R par : **f(x) =** $\sqrt{4 + e^{-x}}$

On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O ;$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$)

1.a.Montrer que f est une bijection de R sur]2 ;+∞[.

b. Expliciter $f^{-}(x)$ pour tout x ∈]2 ;+∞[

c. Tracer C.

d. Calculer le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe (O,$\vec{\imath}$) de la surface délimitée dans le plan par l'axe (O,$\vec{\jmath}$), la droite d'équation x = 1 et la courbe C.

2.Pour tout x ∈]2 ;+∞[, on pose **g(x) =** $\int_0^{-\ln(x^2-4)} \sqrt{4 + e^{-t}}dt$

a. Montrer que g est dérivable sur]2 ;+∞[et que pour tout x∈]2 ;+∞[, g'(x) = $\frac{2}{x+2} - \frac{2}{x-2} - 2$

b. En déduire g(x) pour tout x∈]2 ;+∞[

c. Calculer alors l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C et les droites d'équations

x = 0 ,x = 1 et y = 0

Exercice 3: (4,5points)

une machine est achetée à 3000 dinars. le prix de revente y ,exprimé en dinars, est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant :

Nombres d'années d'utilisation : x_i	0	1	2	3	4	5
Prix de revente en dinars : y_i	3000	2400	1920	1536	1229	893

A./1.Representrer le nuage de points associés à la série statistique (x_i ;y_j) dans un repère orthogonal du plan.

Les unités : 2cm pour une année sur l'axe des abscisses

1cm pour 200 dinars sur l'axe des ordonnées.

2./a. Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

b. Représenter la droite D dans le repère précèdent.

3./a. Déterminer le prix de revente après 6 années d'utilisation.

b. Déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 300 dinars.

B./On pose **z = ln(y)** et on admet qu'une équation de la droite de régression de z en x est donnée par :

z = - 0,22x + 8,01

1./Déterminer une expression de y en fonction de x de la forme **y =** $\boldsymbol{A^x} \times \boldsymbol{B}$ ou A est un réel arrondi au centième près et B est un réel arrondi à l'unité

2./On admet que $\boldsymbol{y = 3011} \times (\boldsymbol{0,8})^x$

a. Déterminer le prix de revente après **6** années d'utilisation

b. Déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à **500** dinars.

C./Après 6 années d'utilisation ,le prix de revente d'une machine est **780** dinars.

Des deux ajustements précédents ,quel est celui qui semble le mieux estimer le prix de revente après **6** années d'utilisation ? Expliquer.

Exercice 4 : (4,5points)

Un site internet propose des jeux en ligne.

partie I : Pour un premier jeu :

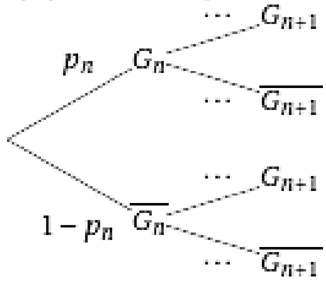
- si l'internaute gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est égale à $\frac{2}{5}$
- si l'internaute perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est égale à $\frac{4}{5}$

Pour tout entier naturel non nul, on désigne par G_n l'évènement : « l'internaute gagne la n-ème partie »

et on note p_n la probabilité de l'évènement G_n.(p(G_n) = p_n)

L'internaute gagne toujours la première partie et donc $p_1 = 1$

1.Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2.Montrer que, pour tout entier naturel non nul, $\boldsymbol{p_{n+1}} = \frac{1}{5}\boldsymbol{p_n} + \frac{1}{5}$

3. Pour tout n entier naturel non nul,on pose $\boldsymbol{U_n = p_n - \frac{1}{4}}$

a. Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme U_1 à préciser

b.Montrer que pour tout n entier naturel non nul ; $\boldsymbol{p_n = \frac{3}{4} \times (\frac{1}{5})^{n-1} + \frac{1}{4}}$

c.Déterminer la limite de p_n.

Partie II : Dans un second jeu

Le joueur doit effectuer **10** parties.On suppose que toutes les parties sont indépendantes.

La probabilité de gagner chaque partie est égale à $\frac{1}{4}$.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées par le joueur.

1.a.Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?

b. Quelle est la probabilité que le joueur gagne au moins une partie

c. Déterminer l'espérance de X.

2. Le joueur doit payer **30** dinars pour jouer les **10** parties. Chaque partie gagnée lui rapporte 8 dinars.

Expliquer pourquoi ce jeu est désavantageux pour le joueur.

Exercice 5 : (3 points)

On considère l'équation différentielle : (A) : y' = -10y +6Où désigne une fonction dérivable sur IR.

1. a. Résoudre l'équation (A)

b. Vérifier que la solution f de l'équation différentielle (A)telle que f(0) = 0 est : f :x⟼ $\frac{3}{5}(1 - e^{-10x})$

2. Aux bornes d'une bobine de résistance R(exprimé en ohms) et d'inductance L(exprimée en henrys) , on branche, à l'instant t = 0, un générateur de force électromotrice E (exprimée en volts).

L'unité de temps est la seconde.

L'intensité du courant dans le circuit (exprimé en ampères) est une fonction dérivable du temps, notée i .A l'instant t=0 l'intensité est nulle.

Au cours de l'établissement du courant, la fonction i est solution de l'équation différentielle :

L i' + R i = E

Dans toute la suite , on prend R = 5 , L = $\frac{1}{2}$, E = 3

a. Déduire des questions précédentes l'expression de i(t) pour t ≥ 0.

b. Déterminer $\lim_{t\to+\infty} i(t)$.