

Exercice 1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) L'ensemble des solutions dans \mathbb{R} de l'équation $e^{2x} - e^x - 2 = 0$ est :

a) $\{-1, 2\}$

b) $\{\ln 2\}$

c) l'ensemble vide

2) Si pour tout réel x , $f(x) = e^{-x+1}$, alors

a) $f'(x) = e^{1-x}$

b) $f'(x) = -e^{1-x}$

c) $f'(x) = e^{x-1}$

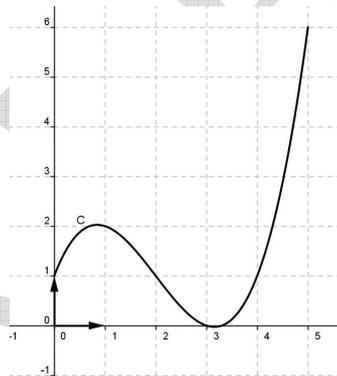
3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{2}\right)^x$ est égale à :

a) $+\infty$

b) 1

c) $-\infty$

4) La figure ci-dessous représente la courbe C dans un repère orthonormé d'une fonction f définie et continue sur $[0, 5]$.



Si $I = \int_0^3 f(x) dx$ alors

a) $2 \leq I \leq 3$

b) $3 \leq I \leq 4$

c) $4 \leq I \leq 5$

Exercice 2 : (6 points)

Dans la figure (Voir l'annexe) OABC est tétraèdre tels que le triangle OAB est isocèle est rectangle en O et OAC et OBC sont deux triangle rectangles en O. On donne $OA = OB = 5$ et $OC = 10$.

On considère le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec $\vec{i} = \frac{1}{5}\overline{OA}$, $\vec{j} = \frac{1}{5}\overline{OB}$ et $\vec{k} = \frac{1}{10}\overline{OC}$.

1) Vérifier que le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est orthonormé.

2) Calculer le volume V du tétraèdre OABC

3) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan(ABC) est $2x + 2y + z - 10 = 0$.

4) Soit S la sphère de centre I (3 , 3 , 3) et de rayon 3.

a) montrer que $S \cap (ABC)$ est un cercle d'ont on précisera le centre et le rayon.

b) Montrer que la sphère S est tangente aux plans (OAB), (OAC) et (OBC).

Exercice 3 : (4 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne (Voir l'annexe) la courbe C de la fonction f définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ par $f(x) = \tan^2 x$.

On note D la partie du plan délimitée par C, l'axe des abscisses et les droites d'équations :

$$x = -\frac{\pi}{4} \text{ et } x = \frac{\pi}{4}.$$

1) a- Hachurer D

b- Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x).dx$.

c- En déduire l'aire de D.

2) a- montrer que : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f^2(x).dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x).dx = \frac{1}{3}$

b- Calculer le volume du solide engendré par la rotation de D autour de l'axe des abscisses.

Exercice 4 : (7 points)

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = 1 + x + e^x$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

1) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $-1,3 < \alpha < -1,2$

b) Déduire le signe de $g(x)$.

2) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \frac{xe^x}{1+e^x}$. On désigne par C la courbe de courbe représentative

de f dans un repère orthonormé (unité graphique 3 cm).

a) déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$

c) Etudier la position de C et Δ .

4) a) Montrer que f est dérivable sur IR et que $f'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2} g(x)$

b) dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$

5) tracer Δ et C.

