

L.S.El Ksour

Prof :Bouzouraa.Anis

Classe :4^{ème} sc-exp₁

A.S :2013/2014

Devoir de controle n°3

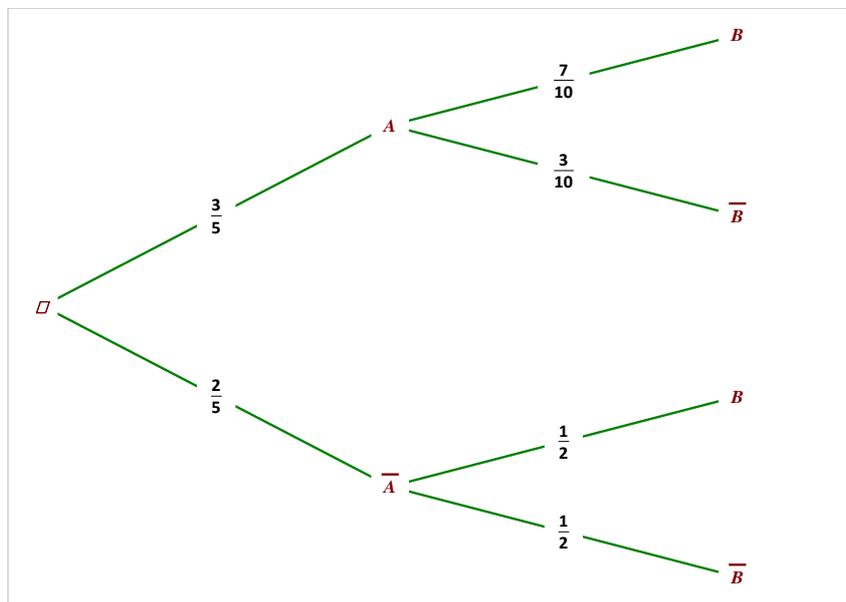
Mathématiques

Durée :2h

EXERCICE 1(3pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte indiquer la.

1) On donne l'arbre de probabilité ci-dessous



a) $p(A/B) = \frac{7}{10}$ b) $p(A \cap B) = \frac{21}{50}$ c) $p(B) = \frac{12}{10}$

2) Soit X une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle

de paramètre $\ln(\sqrt{2})$ alors :

a) $p(X \geq 4) = \frac{1}{4}$ b) $p(X \geq 4) = \frac{3}{4}$ c) $p(X \geq 4) = 4$

3) $\int_{-1}^1 x^7(x^2 + 1)^9 dx =$

a) 0 b) π c) $\sqrt{3}$

EXERCICE 2(5pts)

Monsieur Khalil a trois fils: Sami , Farid et Zied mariés et pères de familles .
Les enfants de ces trois familles sont répartis selon le tableau suivant .

	Famille de Sami	Famille de Farid	Famille de Zied
Nombre de filles	2	1	3
Nombre de garçons	2	3	1

Le grand père Khalil décide de choisir au hasard un enfant de chaque famille pour l'accompagner à son village .

1) Montrer que la probabilité qu'il choisisse trois filles est égale à $\frac{3}{32}$.

2) Soit les événements suivants :

F « L'enfant choisi de la famille de Sami est une fille »

G « L'enfant choisit de la famille de Sami est un garçon »

A « Les trois enfants choisis sont deux filles et un garçon ».

a) Calculer $p(F)$ et $p(G)$.

b) Démontrer que $p(A/F) = \frac{5}{8}$.

c) Calculer $p(A/G)$ et déduire que $p(A) = \frac{13}{32}$.

3) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de filles choisies par le grand père . Déterminer la loi de probabilité de X , son espérance mathématique et sa variance.

4) Pendant cinq vacances successives monsieur Khalil répète le même phénomène dans les mêmes conditions . Quel est la probabilité que l'événement A soit réalisé au moins une fois.

EXERCICE 3(6pts)

On considère les deux équations différentielles (E_1) : $Y' - 2Y = 0$
et (E_2) : $Y' - 2Y = 2e^{2x}$.

1)a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E_1).

b) Soit f la solution de (E_1) tel que $f(0)=1$. Déterminer f .

2) Soit $g(x)=(ax+b)f(x)$ pour tout réel x , avec a et b sont deux réels.

On admet que $g(0)=1$ et que g est une solution de (E_2).

Déterminer les réels a et b .

3) La fonction g est définie sur \mathbb{R} par $g(x)=(2x+1)e^{2x}$.

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

b) Etudier les variations de g .

c) Tracer la courbe (C) représentation graphique de g dans un repère (o, \vec{i}, \vec{j}) orthonormé du plan. (on prend comme unité 2 cm)

d) Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 0$.

EXERCICE 4(6pts)

Dans la feuille de l'annexe (I) (C) est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $]0, +\infty[$.

L'axe des ordonnées est une asymptote à (C).

(C) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de ($+\infty$). (C) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

A) 1) Par une lecture graphique :

a) Déterminer $f(1)$, $f(2)$, $f'(1)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Justifier que la restriction h de f à l'intervalle $[1, +\infty[$ admet une fonction réciproque h^{-1} .

2)a) Tracer la courbe (C') de h^{-1} dans le même repère.

b) En déduire que h^{-1} n'est pas dérivable à droite en 1.

B) On admet que $f(x) = x + (x-2) \ln x \quad \forall x \in]0, +\infty[$.

1) En utilisant une intégration par partie montrer que

$$\int_1^2 (x-2) \ln x \, dx = \frac{5}{4} - \ln 4.$$

2) Calculer A_1 l'aire de la partie du plan limitée par (C) , la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

3) En déduire l'aire de la partie du plan limitée par (C) , (C') et les droites d'équations $x=1$ et $x = 2$.

Bon travail

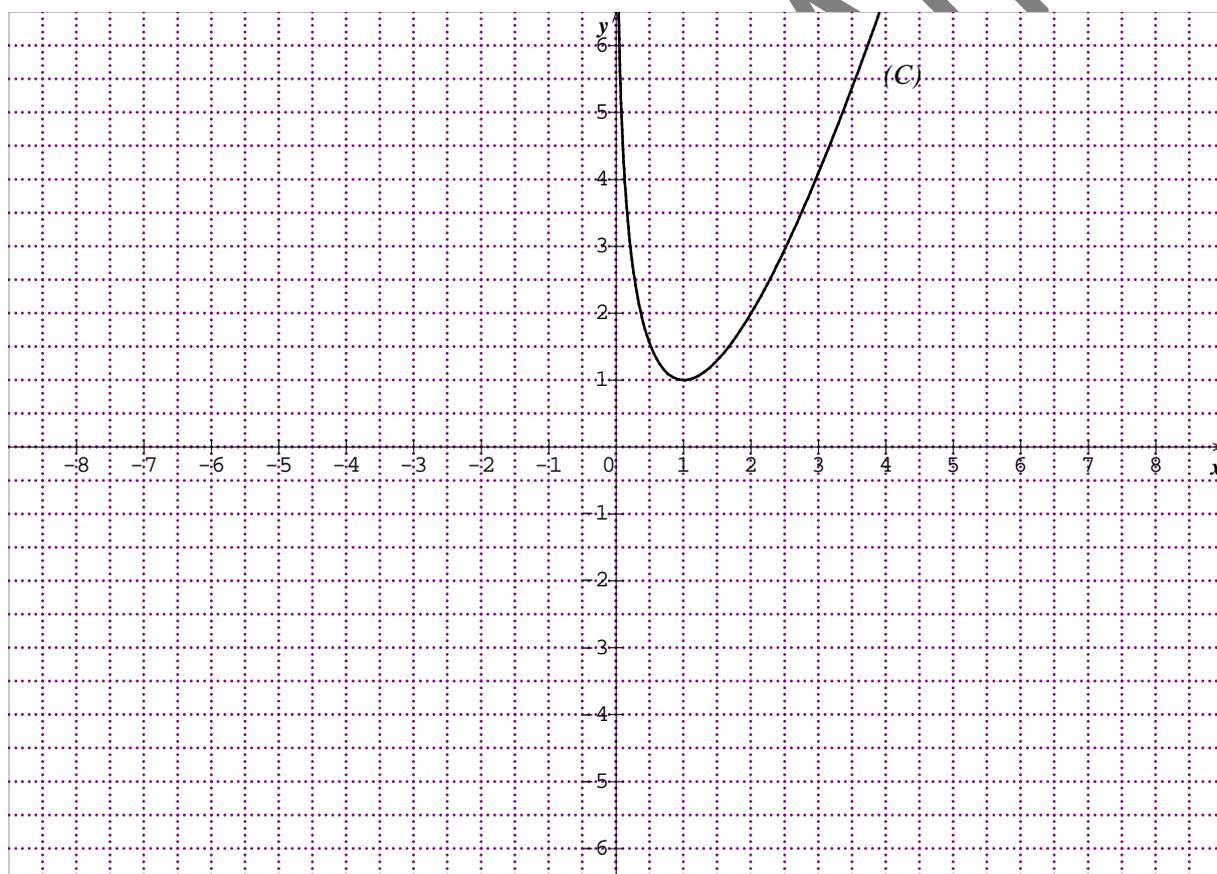
Feuille à rendre

Nom :

Prénom :

Classe :

N° :



Annexe I