Lycée Menzel Hayet 04/03/2014	**Devoir de Synthèse n°2** **Classe 4Sc.Exp** **Durée :3h**	Afli Ahmed

Exercice 1: (3 points)

Recopier l'unique bonne réponse et sans justification. (*Remplir l'annexe page 3*)

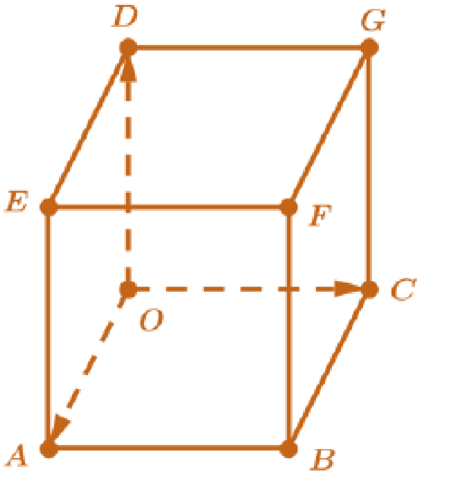
Question n°1 :

$$\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{1}{x\ln(x)}dx \text{ est égal à:} \qquad \text{a) } -\ln(2) \qquad \text{b) } \ln(2) \qquad \text{c) } e-\sqrt{e}$$

Question n°2 :

$$\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right) = \qquad \text{a) } 2 \qquad \text{b) } \ln(2) \qquad \text{c) } +\infty$$

Question n°3 :



Dans la figure ci contre OABCDEFG est un cube d'arête 1

On munit l'espace du repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$

i. Le vecteur $\overrightarrow{AE} \wedge \overrightarrow{AB}$ est égal à :

a) $\overrightarrow{AF}$ b) $\vec{0}$ c) $\overrightarrow{AO}$

ii. Une équation du plan (ABD) est :

a) $x+z-1=0$ b) $-x+z+1=0$ c) $x-z=1$

Exercice 2: **(6 points)**

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On désigne par **S** l'ensemble des points M(x, y, z) tels que : $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$

1./ Montrer que **S** est une sphère de centre W (0, 2, 0) et de rayon 3 .

2./ Soit **P** le plan dont une équation cartésienne est : 2x - 2y + z - 2 = 0

Déterminer la position relative de **S** et **P** . Caractériser **S** ∩ **P** .

3./ Soit P_m le plan dont une équation cartésienne est : 2mx + (1 - 2 m) y + mz + 1 - 2 m = 0

a. Soit D la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=\lambda \\ y=-1 \\ z=-2\lambda \end{cases}$; $\lambda \in \mathbb{R}$

Vérifier que la droite **D** est incluse dans $\boldsymbol{P_m}$.

b. Calculer la distance d(W,P_m) du point W au plan $\boldsymbol{P_m}$.

c. Déterminer m pour que le plan $\boldsymbol{P_m}$ soit tangent à la sphère **S** . Préciser les coordonnées du point de contact .

Exercice 3: (6 points)

Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x + x(lnx)^2 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ .On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (**unité : 4cm**).

1. /a. Montrer que f est continue à droite en 0.
   b. Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
   c. Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = (1 + lnx)^2$.
   d. Dresser le tableau de variations de f.
2. /a. Ecrire une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 1 .
   b. Etudier la position relative de (C) et T.
   c. Etudier la branche infinie de (c) au voisinage de $+\infty$
   d. Construire T et (C).
3. / Soit la suite $(I_n)_{n\geq1}$ définie par $I_n = \int_1^e x(Lnx)^n dx$.
   a. A l'aide d'une intégration par partie Calculer I_1.
   b. Montrer que pour tout $n\geq1$ on a : $I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2}I_n$.
   c. Déduire I_2
4. / Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations $x=1$, $x = e$ et $y=0$. Calculer $\mathcal{A}$ **en cm²**.

Exercice 4: (5 points)

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = (a + bln(x))\ln(x)$ ou a et b sont deux réels.

La figure (C) (*dans l'annexe page 3*) est la représentation graphique de la fonction f, relativement à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique dont la direction est celle de la droite $(O,\vec{\imath})$

1. /Par une lecture graphique déterminer :
   a. $f'(1)$, $f'(e)$ $f(e^2)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$
   b. Dresser le tableau de variation de f
2. /a. Calculer f '(x) en fonction de a et b
   b. Déterminer a et b
3. /Soit E la partie du plan limitée la courbe (C) et les droites d'équations respectives $y = 0$, $x = 1$ et $x = e$. On désigne par A l'aire (en unité d'aire) de E.
   a. Hachurer E
   b. Soit M et N les points de la courbe d'abscisses respectives **1** et **e** et les points P et Q de coordonnées respectives (1,1) et (e,0)
   Calculer l'aire du rectangle MPNQ et l'aire du triangle MNQ
   c. En déduire que $\frac{e}{2} < A < e$

Nom et Prénom : …………………………………………….

Annexe à remplir et à rendre avec la copie

Exercice 1:

<table>
<tr><td colspan="2">questions</td><td>réponses</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>…………………</td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td>……………………</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>i</td><td>…………………..</td></tr>
<tr><td>ii</td><td>…………………</td></tr>
</table>

Exercice 4: