LS EL Alia		***AS : 2013/2014***
	Devoir de synthèse n°2	
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science1 et 2)***	***Durée: 3h***

Exercice n°1 :(3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) $\int_0^1 \frac{1}{2x+1}dx$ égal à : a) $\ln\sqrt{3}$ b) $\ln(\frac{3}{2})$ c) ln3

2) L'équation 2lnx +1 =0 admet comme solution : a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ c) $\sqrt{e}$

3) La fonction F définie sur]0, +∞ [par F(x) = $\int_1^{x^2} \frac{1}{\sqrt{t}}\ln t\, dt$

F est dérivable sur]0, +∞ [et on a : a) F'(x) = 4lnx b) F'(x) = $\frac{2\ln x}{x}$ c) F'(x) = 2xlnx

Exercice n°2 : (5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(1,1,0) ,B(2,-1,1) ,C(1,-1,2), K(1,0,1) et I(3,2,3).

1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ et déduire que A, B et C ne sont pas alignés.
   b) Soit le plan P= (ABC) .Montrer que P : x + y + z -2 =0.
   c) montrer que (IK) est perpendiculaire à P et que K est leur point d'intersection.
   d) Que représente le point K ? Justifier votre réponse.
   e) Montrer que K est le centre du cercle ζ circonscrit au triangle ABC.

2) Soit l'ensemble S : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 6z + 8 = 0$.
   a) Montrer que S est une sphère de centre I et dont on précisera son rayon.
   b) Montrer que Set P sont sécantes et que $S \cap P = \zeta$.

3) Soit le point J (-1,-2,-1) .
   a) Vérifier que K est le milieu du segment [I J].
   b) Déterminer une équation cartésienne de la sphère de centre J et sécante à P en ζ.
   c) Calculer le volume du solide IABCJ (hexaèdre) formé par les deux tétraèdres IABC et JABC

Exercice n°3 : (6 points)

A) Soit la fonction g définie sur]0, +∞ [par g(x) = $x^2 - 1 + \ln x$.

1) Etudier les variations de g.

2) Calculer g(1) puis déduire le tableau de signe de g(x).

B) Soit la fonction f définie sur]0,+∞ [par f(x) = $x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ et on désigne par (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé.

1) Calculer les limites de f en 0^+ et +∞.

2) Montrer que pour tout x Є] 0, +∞ [: f'(x) = $\frac{g(x)}{x^2}$ puis dresser le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que la droite D : y = x -1 est asymptotes oblique à (C_f) au voisinage de +∞.
   b) Etudier la position relative de (C_f) et D.

4) Tracer (C_f) et D .

C) Soit un réel t Є [1, +∞ [et soit A (t) l'aire de la partie du plan limite par (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations x=1 et x = t.

1) Montrer que A (t) $=\frac{1}{2}t^2-t-\frac{1}{2}(\ln t)^2+\frac{1}{2}$.

2) Calculer $\lim_{t\to+\infty} A(t)$.

Exercice n°4 : (6 points)

Soit la suite I définie sur IN par : $I_n=\int_1^e x(\ln x)^n\,dx$

1) a) Par une intégration par partie, montrer que : $I_{n+1}=\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{2}(n+1)I_n$

b) Vérifier que $I_0=\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{2}$ puis déduire les valeurs de I_1 et I_2.

2) Soit les fonctions définis sur]0 ,+∞ [par f(x) = x $(\ln x)^2$ et g(x) = x lnx . Le graphe ci-dessous représente les courbes (C_f) et (C_g) celles des fonctions f et g dans un repère orthonormé.

a) Par calculs, déterminer les abscisses des points d'intersections de (C_f) et C_g.

b) Graphiquement, dresser le tableau de signe de [f(x) –g(x)].

c) Soit A l'aire de la partie hachurée dans le graphe.

Montrer que A = I_1 - I_2 puis déduire sa valeur.

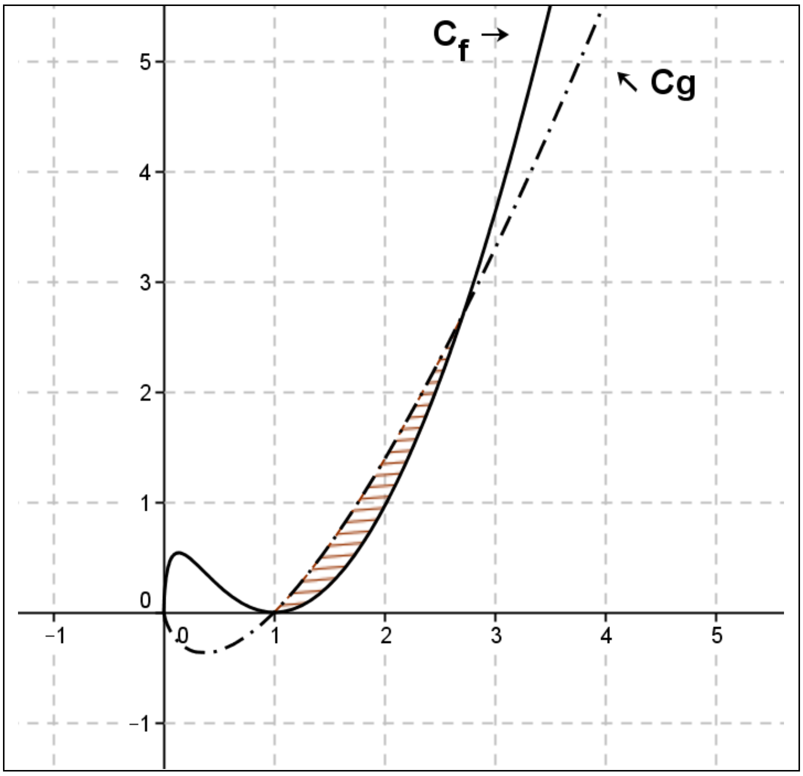
3) soit la fonction F définie sur [0 ,+∞ [par F(x) = $\begin{cases}\frac{1}{2}x^2(\ln x-1)^2 & si \quad x\succ 0\\ F(0)=0\end{cases}$

a) Montrer que F est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de F à droite en 0.

c) Montrer que pour tout x Є]0 ,+∞ [on a : F'(x) = f(x) – g(x).

d) Dresser le tableau de variation de F.



Bon travail