LYCEE DE KERKER	DEVOIR DE CONTROLE N° 2	PROF : BEN SALEM MOEZ
EPREUVE DE MATHEMATIQUE		CLASSE : 4 Sciences Expérimentale
		Durée : 2 H — Date : 06 / 02 / 12

NOM : ....

PRENOM : ....

EXERCICE N° 1 (5 points)

A/ Cocher la bonne réponse :

On donne la fonction $f(x) = x^2 - 4x + 3$, f réalise une bijection de $[1,+\infty[$ vers $[-1,+\infty[$:

❶ $f^{-1}(x)$ est égale à : ☐ $2 + \sqrt{1+x}$ ☐ $2 - \sqrt{1+x}$ ☐ $-2 + \sqrt{1+x}$ ☐ $-2 - \sqrt{1+x}$

❷ $(f^{-1})'(3)$ est égale à : ☐ $-\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{2}$

❸Si G une primitive de g sur ℝ alors G(3x) est une primitive de :

☐ g(3x) ☐ 3 g(3x) ☐ $\frac{1}{3}$ g(3x)

B/ Répondre par vraie ou faux :

❶ Si f est continue sur [1,2] et si $f(x) \le g(x)$ alors $\int_2^1 f(x)\,dx \ge \int_2^1 g(x)\,dx$

❷Soient $U_n = 2 + \frac{1}{n}$ et $V_n = 3 + \frac{2}{n}$, les deux suites (U_n) et (V_n) sont adjacentes , justifier

---

EXERCICE N° 2 (4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère les points A(3,2,6) , B(1,2,4) et C(4,-2,5)

❶Montrer que les points O,A , B et C ne sont pas coplanaires

❷a – Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b – Calculer le volume du tétraèdre OABC

❸ Soit H le projeté orthogonal du point B sur le plan (OAC) , Déduire BH

EXERCICE N° 3 (11 points)

On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

On note (C_f) sa courbe représentative dans Un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité 1 cm

❶a – Dresser le tableau de variation de f

b – Ecrire l'équation de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse 0

c – Etudier la position relative de (C_f) et la tangente T

d – Montrer que l'équation f(x) = x admet dans ℝ une solution unique α et $1 < \alpha < 2$

e – Construire (C_f) et T

❷ a – Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) , l'axe des abscisses et x = - 1 et x = 1

b – Montrer que : $0 \le f'(x) \le \frac{\sqrt{2}}{4}$ pour tout $x \ge 1$

❸a – Montrer que f réalise une bijection de ℝ vers un intervalle J que l'on précisera

b – Montrer que f^{-1} est dérivable en 1 , puis déterminer $(f^{-1})'(1)$

c – Construire dans le même repère (C_f)

❹ On considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a – Montrer que : $U_n \ge 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

b – Montrer que : $|U_{n+1} - \alpha| \le \frac{\pi}{4}|U_n - \alpha|$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

c – En déduire que la suite (U_n) est convergente

** ***BON TRAVAIL*** **