

Lycée Jelma		2013/2014	
		Devoir de synthèse n°3	
SECTION :	3 <sup>ème</sup> technique		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 3

### Exercice 1 : (3 points)

1) Calculer :  $\frac{12!}{9!}$  ;  $C_6^3$  ;  $A_9^5$  .

2) Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (5 + x)^2$  ;  $n > 2$ .

a- Utiliser la formule de binôme de Newton pour donner une autre expression de f(x).

b- Calculer de deux manières différentes f'(x).

### Exercice 2 : (3 points)

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher, quatre blanches, trois rouges et deux noires.

1/ On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne, on considère les événements :

E « obtenir trois boules de même couleur »

F « obtenir une boule blanche pour la première fois au deuxième tirage »

G « obtenir au moins une boule blanche »

Calculer la probabilité de chacun des événements E , F , G  $E \cap F$  et  $G \cup F$ .

2/ On dispose d'un dé cubique non truqué dont deux faces portent le nombre 1 et les quatre autres le nombre 2. On lance une fois le dé , calculer la probabilité des événements :

$E_1$  « obtenir le nombre 1 » et  $E_2$  « obtenir le nombre 2 »

3/ On lance une fois le dé puis :

-si on obtient le nombre 1 alors on tire successivement et sans remise deux boules de l'urne

-si on obtient le nombre 2 alors on tire simultanément deux boules de l'urne

Calculer la probabilité de chacun des événements :

A « obtenir deux boules de même couleur » , B « obtenir une boule noire et une boule blanche »



### Exercice 5 : (4 points)

Soit le cube OADBCEGF et soit les points R , S , T vérifiant  $\overrightarrow{OR} = 2\overrightarrow{OA}$  ,  $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OB}$  et  $\overrightarrow{OT} = 2\overrightarrow{OG}$

1) a- Montrer que  $\overrightarrow{RD} = \overrightarrow{AB}$  et que D est le milieu de [ R S ]

b- Montrer que  $\overrightarrow{RS} = 2\overrightarrow{EF}$  , en déduire la position de (EF) et (RS)

On considère maintenant le repère orthonormé  $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$

2) a- Montrer que R ( 2 , 0 , 0 ) , S ( 0 , 2 , 0 ) et T ( 1 , 1 , 2 )

b- vérifier que C , R et S sont non alignés

3) a- Soit le plan P = ( CRS ) , montrer que P :  $x + y + 2z - 2 = 0$

b- Montrer que  $(OT) \perp P$

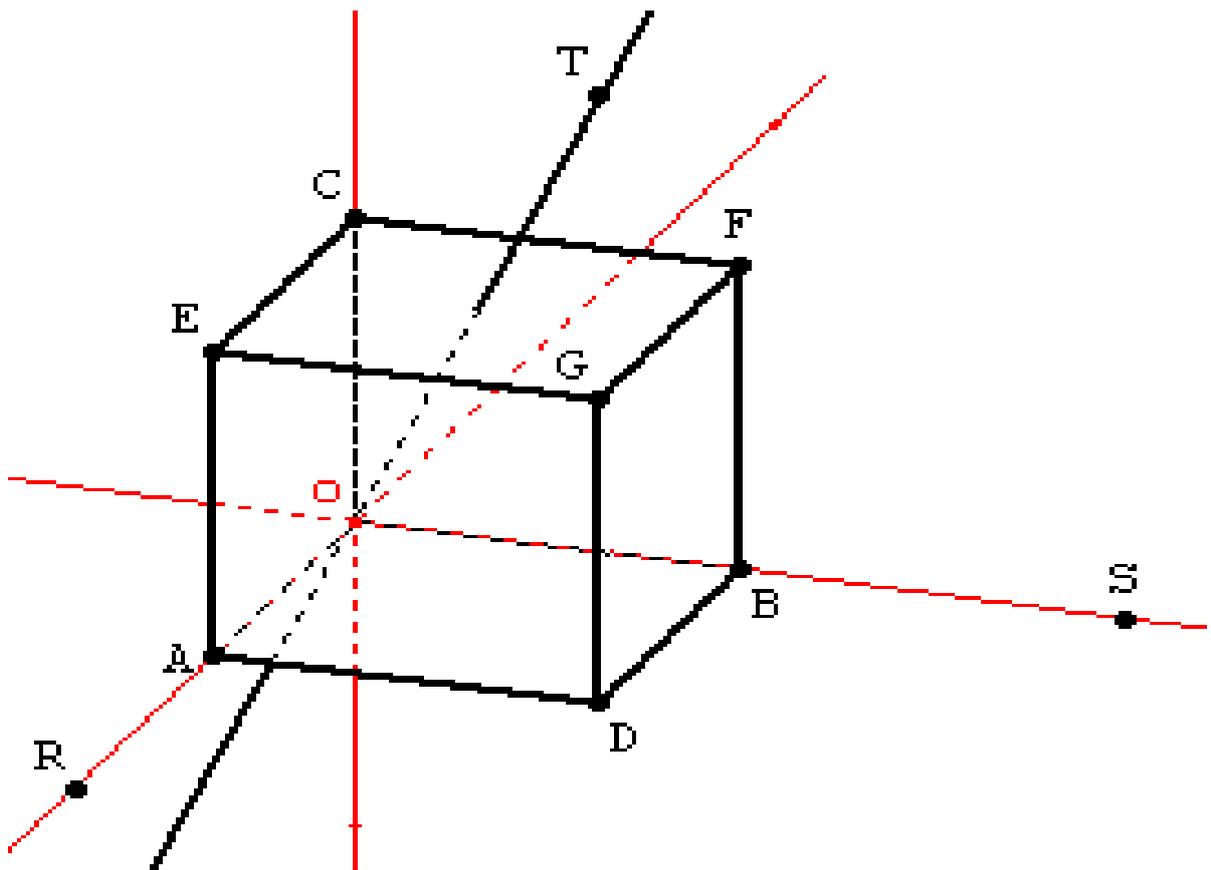
c- La droite (OT) coupe P en H , déterminer les coordonnées de H

d- Déterminer de deux manières différentes la distance de O à P

4) Soit Q le plan passant par C et de vecteur normal  $\overrightarrow{n_Q} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$

a- Ecrire une équation cartésienne de Q

b- Montrer  $Q \perp P$  et que  $Q \cap P = (RC)$



### Exercice 6 : (4 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

**1)** On considère le plan P passant par le point  $B(1 ; -2 ; 1)$  et de vecteur normal  $\vec{n} = -2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$  et le plan Q d'équation cartésienne  $x + 2y - 7 = 0$ .

**a-** Démontrer que les plans P et Q sont perpendiculaires.

**b-** Déterminer l'intersection des plans P et Q et montrer que c' est la droite  $\Delta$  passant par le point  $C(-1 ; 4 ; -1)$  et de vecteur directeur :  $u = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

**c-** Soit le point  $A(5 ; -2 ; -1)$ .

Calculer la distance du point A au plan P, puis la distance du point A au plan R.

**d-** En déduire la distance du point A à la droite  $\Delta$ .

**2)** Soit , le point  $Mt$  de coordonnées  $(1 + 2t ; 3 - t ; t)$  où , t est un réel .

**a-** Déterminer en fonction de t la longueur AM.

On note  $\varphi(t) = AM$  . On définit ainsi une fonction  $\varphi$  de IR dans IR.

**b-** Montrer que  $\varphi$  est dérivable sur IR et que  $\varphi' = \frac{6(t-2)}{\sqrt{(2t-4)^2 + (5-t)^2 + (t+1)^2}}$

**c-** Dresser le tableau de variation de  $\varphi$ . Préciser son minimum.

**d-** interpréter géométriquement la valeur de ce minimum.