**********	Sujet de Révision 8	Monastir
$4^{ème}$T		Bac 2014
Mr :Afli Ahmed		Espace

Exercice 1:

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1\,;2\,;3)$, $B(0\,;1\,;4)$, $C(-1\,;-3\,;2)$, $D(4\,;-2\,;5)$.

1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Montrer que $\vec{N}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

d) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$2x - y + z - 3 = 0$$

2) Soit Δ la droite dont une représentation paramétrique est :

$$\Delta : \begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = 4 - \alpha \end{cases} ;\ \alpha \in \mathbb{R}$$

a) Montrer que le point D appartient à la droite Δ.

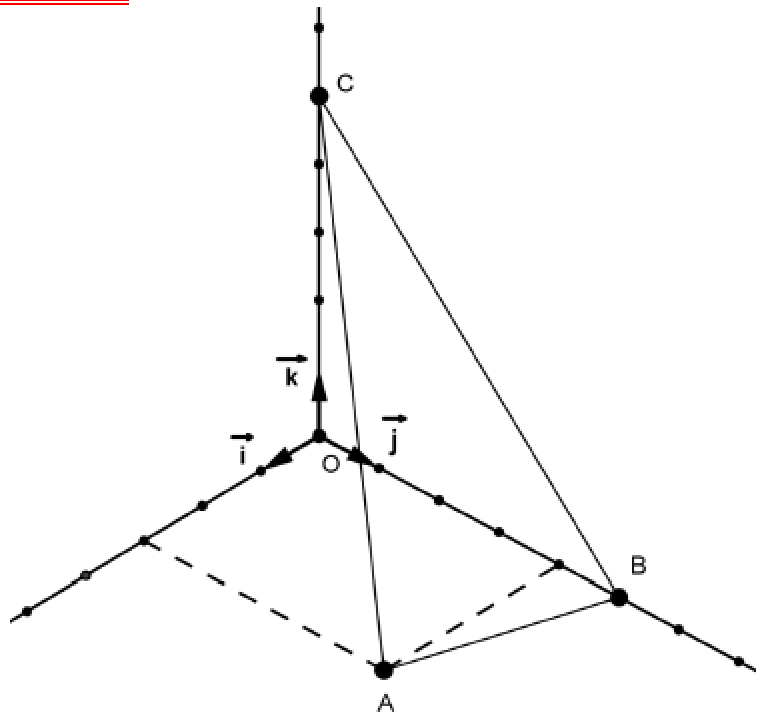
b) Montrer que Δ est perpendiculaire au plan (ABC).

3) Soit E le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

a) Calculer les coordonnées du point E.

b) En déduire que E est le centre de gravité du triangle ABC.

Exercice 2:



L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On a placé dans le repère les points A, B et C.

1) a) Déterminer les coordonnées des points A, B et C.

b) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

c) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x + 3y + 3z - 15 = 0$$

2) Soit H le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC).

a) Donner une représentation paramétrique de la droite (OH).

b) Déterminer les coordonnées du point H.

➢ Exercice 3:

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(4,0,0)$, $B(0,4,0)$ et $C(0,0,5)$.

1) a) Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle.

2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.

b) Calculer le volume du tétraèdre OABC.

c) En déduire la hauteur issue de O du tétraèdre OABC.

2) Soit I le milieu de [AB] et H le point de coordonnées $\left(\frac{50}{33},\frac{50}{33},\frac{40}{33}\right)$

Montrer que les points H, C, I sont alignés.

➢ Exercice 4:

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(1,2,2)$, $B(3,2,1)$ et $C(1,3,3)$.

1) a) Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Calculer l'aire du triangle ABC.

c) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$x-2y+2z-1=0$

2) Soit P le plan dont une équation cartésienne est $P: 2x+5y+4z-29=0$

a) Montrer que les plans P est (ABC) sont perpendiculaires.

b) Soit Δ la droite d'intersection des plans P et (ABC)

Montrer que le point C appartient à la droite Δ.

c) Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite Δ est :

$$\Delta : \begin{cases} x = 1+2\alpha \\ y = 3 \\ z = 3-\alpha \end{cases} \quad ; \alpha \in \mathbb{R}$$

d) Calculer la distance du point A à la droite Δ

3) Soit $S = \{M(x,y,z) \;;\; x^2+y^2+z^2-2x-6y-6z+17=0\}$

a) Montrer que S est la sphère de centre C et rayon CA .

b) En déduire la position relative de S et P.

➢ Exercice 5:

L'espace (E) est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.
Soit les points A(2,0,-1), B(1,0,0) et C(2,1,-1).

1. **(a)** Montrer que le triangle ABC rectangle en A.

   (b) Calculer l'aire du triangle ABC.

   (c) Déterminer une équation cartésienne du plan (P) passant par A, B et C

2. Soit l'ensemble (S) dont une équation cartésienne est :

   $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0.$

   (a) Vérifier que S est une sphère. Déterminer son centre Ω et son rayon R.

   (b) Vérifier que les points A et B sont deux points de (S).

   (c) Démontrer que la sphère (S) et le plan (P) sont sécants suivant un cercle $\mathcal{C}$ dont on précisera le centre H et le rayon r. Vérifier que H est le milieu de [AB].

3. Calculer le volume du tétraèdre ΩABC.