LYCEE PILOTE MONASTIR 2010/2011	DEVOIR DE CONTROLE N° 3	Prof: MOHAMED BENZINA
	MATHEMATIQUE Classe 3 T « 2H »	

EXERCICE N° 1 (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On donne les points A(2, 1 , 0) ; B(1 , 2 , 2) et C(3 , 3 , 1).

1) a) Calculer le composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
b) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.
c) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : x – y + z - 1 = 0.
d) Calculer l'aire du triangle ABC.

2) Calculer la distance du point O au plan (ABC).

3) a) Montrer que le triangle ABC est équilatéral.
b) Déterminer les coordonnées du point G centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

EXERCICE N° 2 (7 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On considère la famille des plans P_m : (m+1) x + (3-m) y + (5 – 2m) z + 3m -1 = 0.
où m est un paramètre réel.

1) Vérifier que les points I(-2,1,0) et J(-1, -6,4) appartiennent à P_m, $\forall m \in IR$

2) En déduire que tous les plans P_m contiennent une droite Δ dont on donnera les équations paramétriques

3) Soit le plan Q : x – y – 2z + 3 = 0.
a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q' de la famille des plans P_m perpendiculaire à Q.
b) Montrer que Δ est incluse dans Q.
c) En déduire que $Q' \cap Q = \Delta$

4) Soit le point A (1, 2,-1) et D la droite dont une représentation paramétrique est

$$D:\begin{cases} x = \alpha - 1 \\ y = -\alpha \quad , \ \alpha \in IR \\ z = -2\alpha + 2 \end{cases}$$

a) Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de A sur D
b) En déduire la distance du point A à la droite D.

EXERCICE N° 3 (7 points)

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies sur IN par :

$$U_n = \frac{2n+1}{3^n} \qquad \text{et} \qquad V_n = U_{n+1} - \frac{1}{3}U_n$$

1) a) Montrer que la suite (U_n) est décroissante

b) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$

On admet dans la suite que $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$

2) Pour tout entier naturel n , n ≥ 2 , on pose $S_n = \frac{3}{3} + \frac{5}{3^2} + \frac{7}{3^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{2n+1}{3^n}$.

a) Calculer $\sum\limits_{k=1}^{n-1} V_k$ en fonction de n puis montrer que : $S_n = 2 - \frac{1}{2.3^{n-2}} - \frac{1}{2}U_n$.

b) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

3) Pour tout entier naturel n , on pose $t_n = (2n+1)(tgx)^{2n}$ ou $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

a) On prend $x \in \left]0, \frac{\pi}{6}\right[$, montrer que pour tout $n \in$ IN , on a : $t_n \leq U_n$

puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n$

b) * On prend $x \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$, montrer que pour tout $n \in$ IN , on a :

$t_n \geq 2n+1$.

* En déduire que la suite (t_n) est divergente

c) On prend $x = \frac{\pi}{4}$. Pour tout entier naturel n , on pose $b_n = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{t_k}{n^2+1}$.

Calculer b_n en fonction de n puis déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} b_n$