Précisez l'ensemble de définition puis résoudre les équations suivantes :

1) $\ln(2+5x)=\ln(x+6)$ **2)** $\ln(x-1)+\ln(x-3)=\ln 3$ **3)** $\ln x = 2$ **4)** $\dfrac{2(1+\ln x)}{x}=0$

5) $(\ln x)^2+\ln x-6=0$ **6)** $\ln(2x-5)=1$ **7)** $\ln\left(\dfrac{x-1}{2x-1}\right)=0$ **8)** $\ln\left(\left|\dfrac{x-1}{2x-1}\right|\right)=0$

9) $\ln(x-1)=\ln(2x-1)$ **10)** $\ln(|x-1|)=\ln(2x-1)$ **11)** $\ln(|x-1|)=\ln(|2x-1|)$

Précisez l'ensemble de définition puis résoudre les inéquations suivantes :

1) $\ln(2+5x)\le\ln(x+6)$ **2)** $\ln(x-1)+\ln(x-3)<\ln 3$ **3)** $\ln x\ge 2$ **4)** $\dfrac{2(1+\ln x)}{x}>0$

5) $(\ln x)^2+\ln x-6\le 0$ **6)** $\ln(2x-5)\ge 1$ **7)** $(1{,}2)^n\ge 4,\ n\in\mathbb{N}$ **8)** $(0{,}8)^n\le 0{,}1,\ n\in\mathbb{N}$

Exercice . Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x)=\ln(x^2+3x-4)$ **2)** $f: x\to\ln\left(\dfrac{4-x^2}{x}\right)$ **3)** $f: x\to\ln(4-x^2)-\ln x$ **4)** $f: x\to\ln(x^2-4)-\ln(-x)$

Exercice Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+\ln x)$ **2)** $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-x)\ln x$ **3)** $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln 2-3\ln x)$ **4)** $\lim\limits_{x\to 0}(x-4+\ln x)$ **5)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln x^2$

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{x}$ **7)** $\lim\limits_{x\to+\infty}x-\ln x$ **8)** $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$ (Poser $X=\dfrac{1}{x}$) **9)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}$ (Poser $X=2x$)

Exercice

Déterminer les ensembles de définition et de dérivabilité puis calculer les dérivées des fonctions ci-dessous

1) $f(x)=-\dfrac{x}{2}+1+2\ln x$ **2)** $f(x)=\dfrac{2\ln x}{\ln 3}$ **3)** $f(x)=\ln(4-x)+\ln x$

4) $f(x)=x\ln x-x$ **5)** $f(x)=x^2\ln x$ **6)** $f(x)=\ln(2x-5)$

7) $f(x)=\ln(-3x+1)$ **8)** $f(x)=\ln(x^2+x+1)$ **9)** $f(x)=\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

10) $f(x)=\ln(\ln x)$ **11)** $f(x)=x\ln(2x-3)$ **12)** $f(x)=2x(1-\ln x)$

13) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ **14)** $f(x)=\dfrac{x-\ln x}{x^2}$ **15)** $f(x)=(\ln x)^2-2\ln x-4$

16) $f(x)=\ln x^2$ **17)** $f(x)=(\ln x)^2$ **18)** $f(x)=\ln 1-x^2$

Partie I

La fonction *f* est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x-2+\dfrac{1}{2}\ln x$

1) Etudier le sens de variations de *f*. Calculer le slimites de *f* aux bords de l'ensemble de définition et dresser le tableau de variations de *f*.

2) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution l dans l'intervalle $]0;+\infty[$. Déterminer l'entier n tel que $l\in\,]n;n+1[$

3) Déterminer le signe de $f(x)$

Partie II

La fonction g est définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x=0\\ -\dfrac{7}{8}x^2+x-\dfrac{1}{4}x^2\ln x & \text{si } x>0\end{cases}$

1) Montrer que la fonction g est continue en 0. Déterminer la limite de g en $+\infty$

2) Montrer que pour tout $x>0$, $g'(x)=xf\left(\dfrac{1}{x}\right)$

3) Montrer que On calcule $g\left(\dfrac{1}{l}\right)=\dfrac{1+4l}{8l^2}$. Dresser le tableau de variation de g.

4) Donner les équations des tangentes à la courbe Γ représentative de g aux points d'abscisses 1 et $\dfrac{1}{l}$. Calculer $\lim\limits_{x\to 0}g'(x)$ et interpréter graphiquement cette limite.

5) Représenter succinctement Γ et ses tangentes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Bouzouraa Chaouki

WWW.DEVOIR@T.NET © 2014