Prof :Bouzouraa.Anis	*Série de révision(ln-exp) Toutes sections*

Exercice1

Soit f la fonction définie par f(x) = ln(x^2+2x+2)

1)a)Vérifier que f est définie sur IR.

b) Montrer que la droite D :x=1 est un axe de symétrie pour la courbe de f.

2)a)Etudier les variations de f sur [1,+∞[.

b)Vérifier que $\frac{f(x)}{x} = \frac{2lnx}{x} + \frac{1}{x}\ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$

En déduire les branches infinies de f au V(+∞)

c)Représenter graphiquement la fonction f

3)Montrer que f est une bijection de [1,+∞[sur un intervalle J à préciser.

4)f^{-1} est-elle dérivable à droite de 1 ?justifier.

Exercice2

Soit f la fonction définie sur]0,+∞[par f(x) = $\frac{1}{x} + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$.

1)Montrer que $\lim_{x\to0^+} f(x) = +\infty$

2)Dresser le tableau de variation de f.

3)Tracer la courbe représentative (C) de f dans un repère orthonormée $(O,\vec{i},\vec{j})$ en prenant comme unité 2cm

4)Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses ,la courbe (C)et les droites d'équations respectives x=1 et x=2.

Exercice3

Soit g la fonction définie sur IR par g(x)=$\frac{e^x+1}{1+e^{2x}}$

1)Etudier les variation de la fonction g et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2)Montrer que $0 \leq g(x) \leq \frac{1+\sqrt{2}}{2}\ \forall\ x \in IR$

Exercice4

A)Le tableau ci-dessous est celui d'une fonction f dérivable sur IR.

x	$-\infty$		0		2		$-\infty$
f(x)	$+\infty$	↘	0	↗	$4e^{-2}$	↘	0

On définit la fonction F sur IR par F(x) = $\int_2^x f(t)dt$

1) Déterminer les variation de F sur IR .

2) Montrer que $0 \leq F(3) \leq 4e^{-2}$

B) La fonction f considérée dans la partie A est la fonction définie sur IR par f(x)=$x^2 e^{-x}$. Soit g la fonction définie sur IR par g(x) = e^{-x} , on désigne par (C)

et (C') les courbes représentatives des fonctions f et g dans

1)Déterminer l'aire A (α) en (u.a) de la partie du plan limitée par (C),(C')et les droites d'équations x = 1 et x = α ou $\alpha \geq 1$

2)Déterminer $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$.

Exercice4

Soit g la fonction définie sur [0,+∞[par g(x) = $\sqrt{e^{2x}-1}$

1)Montrer que $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = +\infty$.Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) Dresser le tableau de variation de g.

3)Soit G la fonction définie sur [0,+∞[par G(x) =g(x) - $\int_0^{g(x)} \frac{dt}{1+t^2}$.

a)Montrer que G est dérivable sur]0,+∞[et que G ' (x) = g(x).

b)Montrer alors que pour tout x∈]0,+∞[$\int_0^x g(t)dt = \mathrm{g(x)} - \int_0^{g(x)} \frac{dt}{1+t^2}$.

c) On admet que $\int_0^1 \frac{dt}{1+t^2} = \frac{\pi}{4}$ déduire que $\int_0^{ln\sqrt{2}} g(t)dt = 1 - \frac{\pi}{4}$.

Exercice5

Soit f(x)=$\frac{4e^x}{e^x+1}$ $\forall x \in IR$ et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormée $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.(prener comme unité 1cm)

1)a)Etudier les variations de f.

b)Montrer que I(0,2) est un centre de symétrie de (C).

c)Donner un équation de la tangente T à (C) au point I.

2)Tracer (C) et T.

3)a)Montrer que f réalise une bijection de IR sur]0,4[.

b)Expliciter f^{-1}(x) pour tout réel x de]0,4[.Puis tracer la courbe de f^{-1} dans le même repère.

4)Soit I la suite définie sur IN^* par I_n=$\int_{\ln(n)}^{ln(n+1)} f(t)dt$

a)Montrer que I_n= 4 [ln(n+2)-ln(n+1)]

b)Donner en fonction de n l'expression de S_n= I_1+I_2+….+I_n.

c)Calculer en cm^2 l'aire A(n) de la partie du plan limitée par la courbe de f les droites d'équations x = 0 , x = ln(n+1) et y = 4.