

Exercice 1 Soit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} ; x \rightarrow \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

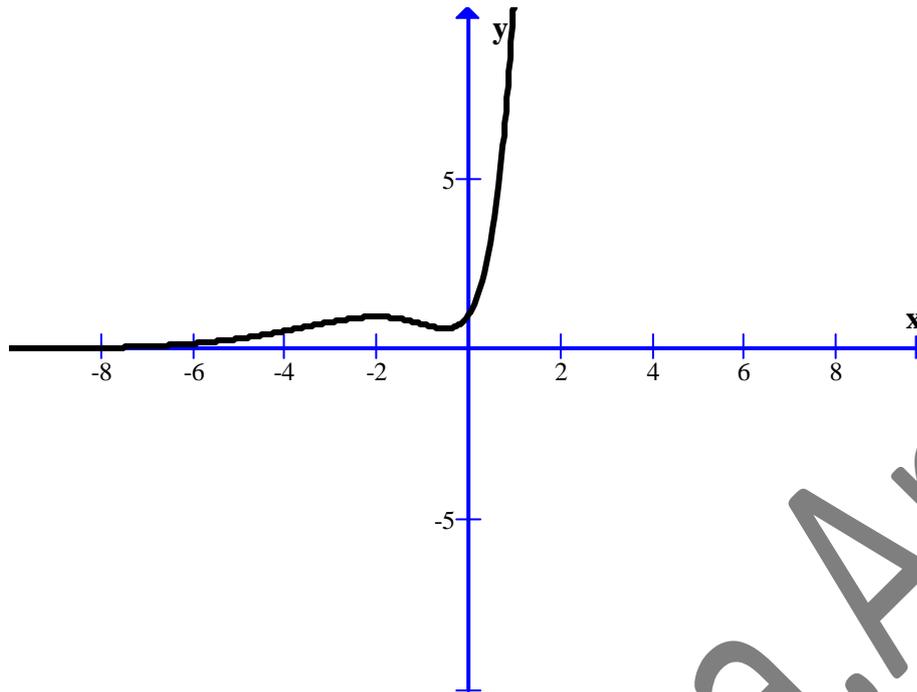
- 1) Montrer que f est définie sur \mathbb{R} et que $-1 < f(x) < 1$ pour tout réel x .
- 2) a) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = 1 - (f(x))^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
b) En déduire le signe de $f'(x)$.
- 3) Etudier les variations de f .
- 4) Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J à déterminer. Expliciter f^{-1} .
- 5) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point O où (C) est la représentation graphique de f dans un repère orthonormé du plan.
b) Etudier la position de (C) et T .
c) Tracer (C) et $(C_{f^{-1}})$.

Exercice 2 Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x > 0 \\ \ln(1-x) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- 1) Montrer que $D_f = \mathbb{R}$.
- 2) Montrer que f est continue en 0 .
- 3) a) Etudier la dérivabilité de f en 0 .
b) Interpréter graphiquement le résultat.
- 4) a) Montrer que la droite $D : y = x - 1$ est une asymptote à (C_f) au $V(+\infty)$.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter.
- 5) a) Etudier les variations de f .
b) Tracer (C_f) .

Exercice 3 Soient $f(x) = x^2 e^{2x}$ et $g(x) = (ax^2 + bx + c) e^{2x}$.

- 1) Déterminer a et b pour que g soit une primitive de f .
- 2) En déduire la primitive F de f qui s'annule en 0 .

Exercice 3

La courbe ci-dessus est la représentation graphique d'une f dérivable sur \mathbb{R} la courbe de f admet deux tangentes horizontales aux points d'abscisses (-2) et (-0.5) . L'axe des abscisses est une asymptote à cette courbe.

1)a) Déterminer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}; f'(-2) \text{ et } f'(-0.5)$$

b) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J à déterminer.

2) La fonction f ainsi représentée est définie par $f(x) = (ax^2 + bx + 1)e^x$.

a) En utilisant la question 1) déterminer les réels a et b .

b) Calculer $f'(x)$.

c) En utilisant une double intégration par parties calculer $\int_{-2}^0 x^2 e^x dx$

d) En déduire l'aire en (u.a) de la partie du plan limitée par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$.

Bouzouraa.Anis