Définition

La fonction exponentielle ,notée exp , est la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien exp : IR→]0, +∞[

x→exp(x)=e^x

Remarque $e^x > 0 \ \forall x \in IR$

Propriétés

*$x \in IR, y \in]0,+\infty[\quad y = \exp(x) = e^x \Leftrightarrow x = \ln(y).$

*$e^{\ln x} = x \ \forall x \in]0,+\infty[\quad et \quad \ln(e^y) = y \quad \forall y \in IR$

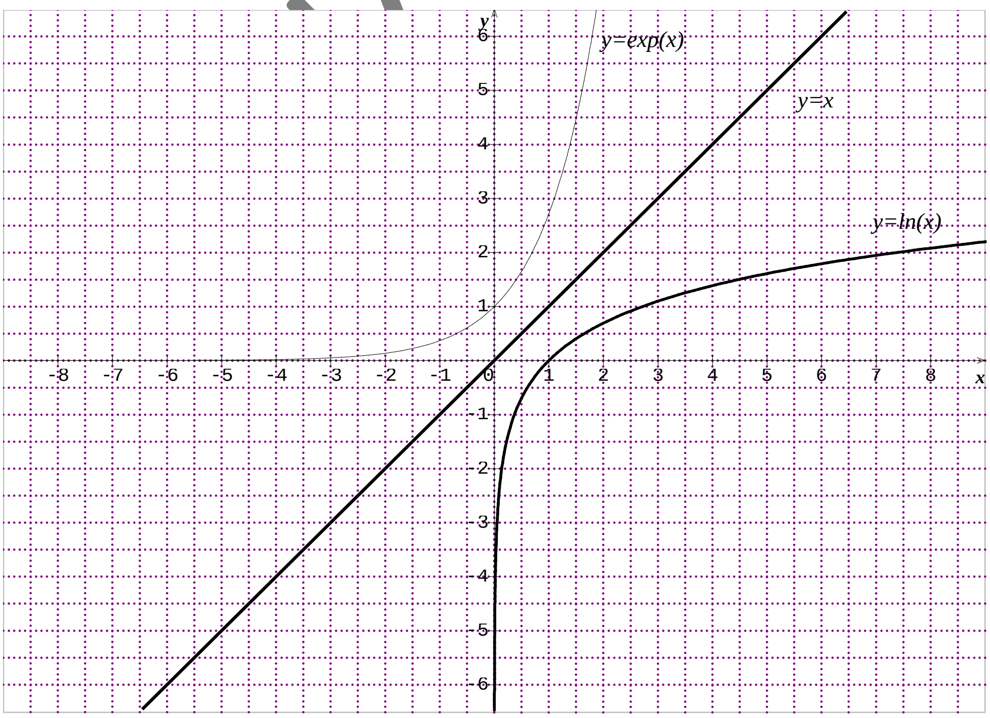
* $e^a e^b = e^{a+b}$; $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$; $\frac{1}{e^a} = e^{-a}$ et $(e^a)^n = e^{na}$ $\forall a \ et \ b \in IR \ et \ \forall n \in \mathbb{Z}$

A Retenir

● $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0.$

● $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \ et \ \lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0 \ pour \ tout \ n \in IN.$

● $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{e^x} = 1$



A Retenir

● La fonction exponentielle est dérivable sur IR et on a (e^x)'= e^x $\forall x \in IR$.

● Si u est une fonction **dérivable** sur un intervalle I alors la fonction

$x \to e^{u(x)}$ est dérivable sur I et on a $(e^{u(x)})' = u'(x)\, e^{u(x)}$ $\forall x \in$ IR.

Une primitive de la fonction $x \to u'(x)e^{u(x)}$ sur I est la fonction $x \to e^{u(x)}$

Définition

Soit x un réel strictement positif et r un rationnel on a : $\mathbf{e^{r\ln(x)} = x^r}$. x^r est une puissance rationnelle de x.

Propriétés

Si a et b sont deux réels positifs , r et r' sont deux rationnels on a :

$\ln(a^r) = r\ln(a)$; $a^r a^{r'} = a^{r+r'}$; $a^{r-r'} = \frac{a^r}{a^{r'}}$; $((a)^r)^{r'} = a^{rr'}$;

$(ab)^r = a^r b^r$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$.

Théorème

Pour tout rationnel strictement positif on a :

● $\lim_{x\to 0^+} x^r \ln(x)\ 0$ *et* $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^r} = 0$

● $\lim_{x\to-\infty} x^r e^x = 0$ *et* $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^r} = +\infty$

Définition

Soit a un réel strictement positif et x un réel , on appelle fonction exponentielle de base a la fonction : $x \to e^{x\ln(a)}$ .Le réel $e^{x\ln(a)}$ est noté a^x

et on a : $\mathbf{a^x = e^{x\ln(a)}}\ \forall x \in IR$

Propriétés

Pour tous réels x et y et pour tous réels a et b $\in IR_+^*$ on a :

$a^x a^y = a^{x+y}$; $a^x b^x = (ab)^x$; $a^x a^{-x} = 1$; $(a^x)^y = a^{xy}$