Série d'exercices(2ème sc)

Exercice n°1

On considère un trapèze ABCD de bases [AB] et [CD].Soit O le point d'intersection des diagonales (AC) et (BD) et $\overrightarrow{OC} = -\frac{1}{3}\,\overrightarrow{OA}$

1)Démontrer que C est l'image de A par une homothétie h.

2)Soit h(B)=B'.Justifier que B'∈(CD).En déduire h(B)=D.

3)Soit I et J les milieux respectives de [AB] et [CD].

4)En utilisant l'homothétie h ,démontrer que O,I et J sont alignés.

5)On suppose dans cette question que ABCD n'est pas un parallélogramme.

Soit O' le point d'intersection de (AD) et (BC).En utilisant l'homothétie h' de centre O ' qui transforme A en D et B en C démontrer que O',I et J sont alignés.

Exercice n°2

1)a)Montrer que 8653-3658 est un multiple de 9.

b)Soit n un entier naturel a 4 chiffres abcd et m l'entier naturel obtenus en permutant les chiffres d et a. Montrer que n-m=abcd-dbca est un multiple de 9.

2)a)On pose $p(x)=x^{2n+1}+1$.vérifier que (-1) est un zéro de p

b) Soit n∈IN ,montrer que $10^{2n+1}+1$ est un multiple de 11.

3)Soit n un entier naturel .On désigne par x=8n+15 et y=4n+207.

a) Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de x et y par 4.

b) Démontrer que si d divise x et d divise y alors d divise 399.

Exercice n°3

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $U_0=\frac{3}{2}$ et $U_{n+1}=\frac{3U_n-2}{U_n}$

1)Calculer U_1 et U_2.En déduire que la suite (U_n),n'est ni arithmétiques ni géométrique.

2)Soit la suite (V_n)définie sur IN par $V_n=\frac{U_n-2}{U_n-1}$.

a) Montrer que V est une suite géométrique et déterminer sa raison q.

b) Vérifier que $V_n = 1 - \frac{1}{U_n - 1}$.

c)Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

3)On pose $S_n = V_0 + \ldots + V_n$ et $S'_n = \frac{1}{U_{0-1}} + \cdots + \frac{1}{U_n - 1}$ exprimer S_n puis S'_n en fonction de n.

4) On considère les suites (T_n) et (W_n)définies par $W_0=1$ et $W_{n+1} = \frac{1}{2} W_n + V_n$ et $T_n = \frac{W_n}{V_n}$

Montrer que (T_n) est une suite arithmétique de raison r=2.Exprimer alors T_n et W_n en fonction de n.