Lycée Secondaire El Ksour	Série d'exercices (exponentielle)	Prof : Bouzouraa Chaouki
Année Scolaire 2013-2014	Mathématiques	Bac

Exercice N°1

Équations et inéquations : Résoudre les équations ou les inéquations suivantes :

1) $e^{3-x}=1$
2) $e^{2x^2+3}=e^{7x}$
3) $2e^{-x}=\dfrac{1}{e^x+2}$
4) $e^{x^3}=e^8$
5) $e^{x+1}=e^{\frac{1}{x}}$
6) $e^{\sin x}=e^{\frac{1}{2}}$
7) $e^{x^2}=(e^2)^3e^{-x}$
8) $e^{x^2}=e^{x-2}$
9) $e^{x^2}\leqslant\dfrac{1}{e^2}$
10) $(e^x)^3\leqslant e^{x+6}$
11) $e^x\leqslant\dfrac{1}{e^x}$
12) $(e^x-1)e^x>e^x-1$
13) $e^{2x}<e^x$
14) $3(e^x)^2+e^x-4<0$

Exercice N°2

Dérivées Déterminer les dérivées suivantes :

1) $f(x)=(x^2-2x)e^x$
2) $f(x)=\dfrac{1}{x}e^x$
3) $f(x)=\dfrac{e^x-1}{2e^x+1}$
4) $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x-x}$
5) $f(x)=x^2-2(x-1)e^x$
6) $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$
7) $f(x)=2(x-1)e^{x-1}$
8) $f(x)=\cos x e^{\sin x}$
9) $f(x)=e^{\frac{1+x}{1+x^2}}$

Exercice N°3

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

1) Vérifier que pour tout réel x : $f(x)=x-1+\dfrac{2}{e^x+1}$ et $f(x)=x+1-\dfrac{2e^x}{e^x+1}$
2) Étudier les limites en $+\infty$ et $-\infty$.
3) Démontrer que f est impaire.
4) Étudier les variation de f sur $[0,+\infty[$.
5) Tracer la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x=0$, puis la courbe $\mathscr{C}$.

Exercice N°4

Les parties B et C sont indépendantes.

On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels et on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=xe^{x-1}+1.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Partie A : étude de la fonction

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.
Montrer que, pour tout réel x, $f'(x)=(x+1)e^{x-1}$.

4. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}$.

Partie B : recherche d'une tangente

Soit a un réel strictement positif. Le but de cette partie est de rechercher s'il existe une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a, qui passe par l'origine du repère.

1. On appelle T_a la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a. Donner une équation de T_a.

2. Démontrer qu'une tangente à $\mathscr{C}$ en un point d'abscisse a strictement positive passe par l'origine si et seulement si a vérifie l'égalité

$$1 - a^2 e^{a-1} = 0.$$

3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.*

Démontrer que 1 est l'unique solution sur l'intervalle $]0, +\infty[$ de l'équation

$$1 - x^2 e^{x-1} = 0.$$

4. Donner une équation de la tangente recherchée.

Partie C : calcul d'aire

Le graphique donné en **Annexe 1** représente la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Construire sur ce graphique la droite Δ d'équation $y = 2x$. On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est au-dessus de la droite Δ. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ limité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite Δ, la droite d'équation $x = 1$ et l'axe des ordonnées

2. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 x e^{x-1}\, dx$. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $I = \dfrac{1}{e}$.

3. En déduire la valeur exacte (en unités d'aire) de l'aire du domaine $\mathscr{D}$.

Courbe $\mathscr{C}$ représentative de f