Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^4}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} (2x^2 + 1 - \ln x)$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+2x)}{x}$ $\lim\limits_{x\to 0} x(1+\ln x)$

Calculer les limites suivantes :

a- $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^3 - 2x + 1).\ln(x)$ b- $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x^2+1) - \ln(x^3+1)$

c- $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x^3 + x - 1}{x^2 + 4}\right)$ d- $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(\ln(-x))$

e- $\lim\limits_{x\to 0^+} (x^2 - 2x).\ln x$ f- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+3x)}{2x}$

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left[\dfrac{x+2}{x-4}\right]$.

1) Déterminer l'ensemble de définition E de f.
2) Dresser le tableau des variations de f.
3) Tracer la courbe de f ainsi que ses asymptotes dans un repère orthonormé.

Soit la fonction définie pour $x > 1$ par $f(x) = \dfrac{x}{2} + \ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$.

On note C sa courbe dans un repère orthonormé.

1) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f .
2) Etudier les variations de f.
3) Démontrer que la droite D d'équation $y = \dfrac{x}{2}$ est asymptote oblique à C en $+\infty$.
4) Etudier la position relative de C et D.
5) Tracer C ainsi que ses asymptotes.

A) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$.

1) Calculer f '(x), étudier son signe et en déduire le tableau de variation de la fonction f.

2) Calculer f(0). Montrer que l'équation f(x) = 0 admet exactement deux solutions dont l'une, que l'on désigne par α, appartient à
$[-0{,}72\,;-0{,}71]$.

3) Donner le signe de f(x), pour $x \in]-1\,;+\infty[$.

B) Soit g la fonction définie sur l'ensemble $D =]-1\,;0[\cup]0\,;+\infty[$

par : $g(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$.

1) a) Calculer les limites de g(x) quand *x* tend vers 0 par valeurs inférieures et quand *x* tend vers 0 par valeurs supérieures.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-1^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) a)Calculer g '(x)

b) Montrer que $g(\alpha) = \dfrac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$. En déduire une valeur approchée de g(α) en prenant $\alpha \approx -0{,}715$.

3) a) Dresser le tableau de variation de la fonction g.

b) Représenter graphiquement la fonction g dans le plan rapporté à un repère orthogonal(2cm sur (Ox) ,1cm sur (OJ))

4) Soit h la fonction définie sur D par : $h(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x^2} - \dfrac{1}{x(x+1)}$.

a) Déterminer des fonctions u et v telles que $h(x) = u'(x).v(x) + u(x).v'(x)$ et en déduire une primitive de h.

b) Déterminer une primitive de $\dfrac{1}{x(x+1)}$.

c) Déduire des questions précédentes, une primitive de g.

A) Soit g définie sur]0 ;+∞[, par :

$$g(x) = x + (x-2)\ln x$$

1) a) montrer que $g'(x) = 2\frac{x-1}{x} + \ln x$

b) déduire que :

si x>1 alors g'(x) >0

si 0<x<1 alors g'(x)<0

2) a) Etudier les variations de g

b) en déduire que g(x)≥1

B) Soit f définie sur]0 ;+∞[par :

$$f(x)= 1 + x\ln x - (\ln x)^2$$

1) a) montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$, et étudier f

b) En déduire que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle que l'on précisera.

2) a) Ecrire une équation de la tg T au point d'abscisse 1

b) Etudier les variation de h définie sur]0 ;+∞[par :

$$h(x)=x- 1 - \ln x$$

en déduire le signe de h

c)montrer que $f(x) - x = (\ln x - 1)h(x)$, déduire la position de la courbe C par rapport T

3) tracer Cf et Cf^{-1}

A) Soit la fonction f définie sur]0 ;+∞[par $f(x)= \frac{1}{x} + \ln x$.

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) montrer que la courbe C admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.

b) Ecrire l'équation de la tg T au point I.

3) a) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement ce résultat.

b) Tracer C.

4) Soit α un réel strictement positive supérieur à 1 et A(α) l'aire limitée par la courbe C (x ;x') et les droites d'équations x=1 et x =α.

a) Calculer A(α).

b) Déterminer α pour que A(α)=2.

B) Soit g(x)=f(x)-x pour tout x>0

1) Montrer que g réalise une bijection de]0 ;+∞[sur IR.

2) Calculer g(1) puis pour tout x ≥1 on a f(x) ≤ x.

3) Montrer que g^{-1}est dérivable en 0 et déterminer $(g^{-1})'(0)$.