

## Devoir de synthèse :2

Date :03/03/1014

Durée : 2h

Année scolaire :  
2013/2014Classe : 4<sup>ème</sup> Eco  
1+2+3+4**Exercice N° :1(4 pts)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte .Laquelle ?

A) Soit la fonction  $g$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  est définie par :  $g(x) = xe^{-x^2}$

1) la fonction dérivée  $g'$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par :

a)  $g'(x) = e^{-x^2}$

b)  $g'(x) = (1 - 2x^2)e^{-x^2}$

c)  $g'(x) = -2x^2e^{-x^2}$

2)  $G$  une primitive de  $g$  sur  $\mathbb{R}$  par :

a)  $G(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2}$

b)  $G(x) = e^{-x^2}$

c)  $G(x) = -e^{-x^2}$

B) 1)  $A = 2 \ln(2) + \ln(3) - \ln(5)$  Alors  $A$  est égale à :

a)  $A = \ln\left(\frac{12}{5}\right)$

b)  $A = \ln(2)$

c)  $A = \ln(7)$

2) Soit  $B = \frac{e^4 \cdot (e^{-2})^3}{e^{-1}}$  Alors  $B$  est égale à :

a)  $B = 1$

b)  $B = e$

c)  $B = \frac{1}{e}$

**Exercice N° :2(5 pts)**

Soit le graphe (G) ci-contre :

1) a) déterminer l'ordre de ce graphe.

b) Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe.

2) a) Donner le degré du sommet B du graphe G.

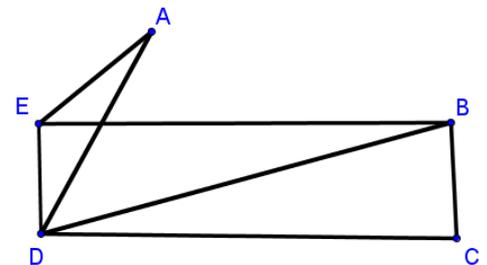
b) G admet-il un cycle eulérien ? Justifier.

3) a) Prouver que (G) admet au moins une chaîne eulérienne.

b) Donner un exemple de chaîne eulérienne.

4) Les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique.

Donner la matrice M associée au graphe (G).



(G)

**Exercice N° :3 (5 pts)**

Soit la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = (x - 1)e^x$  et  $C_h$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(\vec{O}, \vec{I}, \vec{J})$ .

1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ .

b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} = +\infty$

Interpréter graphiquement ces résultats.

2)a) Montrer que pour tout réel  $x$  ;  $h'(x) = xe^x$

b) Dresser le tableau de variation de  $h$ .

3)a) Déterminer l'intersection de la courbe  $C_h$  avec l'axe des abscisses.

b) Tracer la courbe  $C_h$ .

**Exercice N° :4(6 pts)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $\begin{cases} f(x) = ax + x \ln(x) \\ f(0) = 0 \end{cases}$  ;  $a \in \mathbb{R}$

et  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé ci-contre :

1)a) Déterminer  $f(e)$  en déduire la valeur de  $a$ .

b) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ , puis  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ , Interpréter graphiquement le résultat.

2)a) Déterminer  $f'(e)$ .

b) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ , Interpréter graphiquement le résultat.

c) Dresser le tableau de variation de  $f$

3)a) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  tel que  $7 < \alpha < 8$

b) Déduire le signe de  $f(x)$ .

4) a) Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $[e ; +\infty[$  sur un intervalle  $J$  que l'on précisera.

b) Tracer la courbe  $C_{f^{-1}}$  de  $f^{-1}$ .

A rendre avec la copie

Nom : ..... Prénom : .....

