

Exercice n°01 :

On considère les polynômes A et B définis par :

$$A(x)=4x^4 - 13x^2 + 9 \text{ et } P(x)=2x^3 + 3x^2 - 5x - 6$$

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x)=0$
- 2) Déduire une factorisation de $A(x)$ en produit de 4 facteurs
- 3) a- Vérifier que (-1) est une racine de $P(x)$
b- En déduire que $P(x)=(x+1)R(x)$ où R est un polynôme que l'on déterminera
- 4) Soit F la fonction rationnelle définie par $F(x)=\frac{A(x)}{P(x)}$
 - a) Déterminer le domaine de définition de F , puis simplifier $F(x)$
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} $F(x)\geq 0$ puis $\sqrt{F(x)}=2\sqrt{x-1}$

Exercice n°02 :

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $|2x-3|=4$
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $-x^2+3x+4=0$
- 3) En déduire les solutions de l'équation : $-(2x-3)^2+3|2x-3|+4=0$

Exercice n°03 :

On considère : $T(x)=mx^2+mx+1$ avec $m < 0$

- 1) Montrer que l'équation $T(x)=0$ admet deux racines distinctes x' et x''
- 2) On suppose que les racines de $T(x)$ sont x' et x'' avec $x' < x''$
Sans calculer x' et x''
 - a) Dresser le tableau de signe de $T(x)$
 - b) Calculer en fonction de m des réels suivants :

$$P=x'x'' ; S=x'+x'' ; A=x'x''^2+x'x''^2 ; B=\frac{1}{x'^2x''} + \frac{1}{x''^2x'}$$

Exercice n°04 :

Montrer que si a et b sont strictement positifs alors :

a) $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

b) $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exercice n°05 :

Soit a, b et c trois réels non nuls

On donne, $E = \frac{1}{a^2+b^2-c^2} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{a^2+c^2-b^2}$

1) Montrer que : Si $a+b+c=0$ alors $E=0$

2) On considère les points $A(0 ; a) ; B(0 ; b) ; C(c ; 0)$

Montrer que si A, B et c appartiennent au cercle \mathcal{C} de centre o et

de rayon R alors $E = \frac{3}{R^2}$

Exercice n°06 :

(\vec{i}, \vec{j}) est une base de l'ensemble des vecteurs \mathcal{V}^2

Soient $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} ; \vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{w} = \vec{i} - 2\vec{j}$

1) Montrer que (\vec{u}, \vec{v}) est une base de \mathcal{V}^2

2) Soit le vecteur $\vec{t} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ dans la base (\vec{u}, \vec{v})

Déterminer les composantes de \vec{t} dans la base (\vec{i}, \vec{j})

3) Déterminer les composantes de \vec{w} dans la base (\vec{u}, \vec{v})

Exercice n°07 :

Soient deux cercles isométriques \mathcal{C} et \mathcal{C}' de centres respectifs o et o'

tel que $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}' = \emptyset$

1) Δ une droite parallèle à (OO') coupe \mathcal{C} en P et Q et \mathcal{C}' en R et S

sachant que $t_{\vec{OO}'}(P) = R$. Montrer que $t_{\vec{OO}'}(Q) = S$

2) D la perpendiculaire à Δ passant par O et $D \cap \Delta = \{M\}$

D' la perpendiculaire à Δ passant par O' et $D' \cap \Delta = \{N\}$

Montrer que $t_{\vec{OO'}}(M) = N$

3) Comparer MQ et SN

Exercice n°08 :

Soit $ABCD$ un losange de centre O et $t : \begin{matrix} P \rightarrow P \\ M \rightarrow M' \end{matrix}$

avec $\vec{CM'} = \vec{BM} + \vec{CD}$

- 1) Montrer que t est une translation de vecteurs \vec{BD}
- 2) a- Construire $E=t(C)$ b- Montrer que $D=A * E$
- 3) Soit O' le projeté orthogonal de E sur (BD)
 - a) Trouver $t((CD))$ et $t((AC))$
 - b) En déduire que $t(O)=O'$

Exercice n°09 :

(O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé de plan $A(0 ; 2)$ et $B(-2 ; -2)$ x et y deux réels donnés. On considère les points $M(x ; y)$; $C(-1-x ; -y)$

Et $D(-1+x ; y)$

- 1) Montrer que $ACBD$ est un parallélogramme
- 2) Montrer que si M appartient au cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon $\sqrt{5}$ alors $ACBD$ est un rectangle.